代號：50630
頁次：1－1

115年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、國家安全局國家安全情報人員及移民行政人員考試試題

考　試　別：國家安全情報人員考試
等　　別：三等考試
類科組別：數理組（選試英文）
科　　目：數論
考試時間：2小時　　座號：＿＿＿＿＿＿

※注意：㈠可以使用電子計算器。
㈡不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、已知$f(x)=(2x^3-3x^2+x+a)^3$，其展開式的各項係數總和為8，求$f(x)$的奇次項係數總和。（10分，須有計算過程）

二、已知多項式x^2+x+2能整除多項式$x^5+x^4+x^3+px^2+2x+q$，求p和q的值。（10分，須有計算過程）

三、假設$p=3k+2$是一個質數。試證：如果p可整除多項式a^2+ab+b^2（a和b都是整數），則a和b必定都是p的倍數。（15分）

四、試求出25^{8000}除以7的餘數是多少？（10分，須有計算過程）

五、令$N=p\times q=55$，欲利用$e=7$進行RSA加密，亦即$12^7 \bmod 55=X$（X即為加密的密文），試解出X。（15分）

六、試求$3 \bmod 20$的乘法逆元。（10分，須有計算過程）

七、$M_p=2^p-1$，請分別驗證M_7與M_{11}是否為梅森質數（Mersenne prime）？（20分，各10分）

八、試論證二次同餘方程$X^2\equiv 13 \pmod{101}$是否有整數解？（10分）