

111年專門職業及技術人員高等考試建築師、
31類科技師（含第二次食品技師）、大地工程
技師考試分階段考試（第二階段考試）
暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試
類 科：資訊技師
科 目：計算機數學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、判定下列複合式命題（compound proposition）是否恆真（tautology），並說明原因。

(一) $(p \wedge q \rightarrow p)$ （6 分）

(二) $(\neg q \vee (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$ （6 分）

二、用數學歸納法證明下列公式。

$H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$ ， H_K 定義如下

$H_K = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{K}$ （12 分）

三、圖形 $G=(V,E)$ 是一沒有自迴圈（self loop）的無向圖（undirected graph），證明若每個節點的連接數（degree）是至少 $|V|/2$ ，則圖形 G 為一連接圖（connected graph）。（10 分）

四、一袋子中有 12 個非公正的銅板（biased coins），其中 6 個銅板出現正面的機率是 $3/5$ ，另外 6 個銅板出現正面的機率為 $1/3$ ，若由袋子中隨機取一個銅板，並丟擲此一銅板，此銅板結果出現正面；請問此銅板出現正面機率是 $3/5$ 銅板的機率為多少？（12 分）

五、使用遞迴定義（recursive definition）表示 0 和 1 出現次數相同的全部二元字串（bit strings）。（10 分）

六、若 $G=(V,E)$ 是一加權無向連接圖（undirected weighed connected graph），且各邊的權重均不相等，則其最小生成樹（minimum spanning tree）是否唯一？如不是請舉一反例，如是請說明原因。（10 分）

七、若已知 100 人進行智力測驗，平均成績為 100 分、標準差為 15 分，請問隨機挑選 100 人進行智力測驗，平均成績超過 115 分發生的機會是很高、一般、或很低？請說明原因。答案只需列出計算式，不用算最後結果。
(12 分)

八、 X 和 Y 為兩個隨機變數 (random variables)，其值為 $\{1,2,3,4\}$ ，若其聯合機率質量函數 (joint probability mass function) 定義為：

$P(X=i, Y=j) = (i+j)/80$ ，請回答下列各題發生之機率：

(一) $P(X=Y)$ (4 分)

(二) $P(XY)=6$ (4 分)

(三) $P(1 \leq X \leq 2, 2 < Y \leq 4)$ (4 分)

九、 X 和 Y 為兩個獨立隨機變數 (independent random variables)， X 的機率分布為 $N(2,5)$ 和 Y 的機率分布為 $N(5,9)$ ，($N(\mu, \sigma^2)$ 代表常態分布)，若 $W = 3X - 2Y + 1$

(一) 計算 $E[W]$ ？(5 分)

(二) 計算 $\text{Var}[W]$ ？(5 分)