

110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：迴歸分析
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、下表為中華民國 110 年 10 月底人口數、性別比例及人口密度統計表。

縣市	土地面積 (平方公里)	人口數			性別比例(每百女 子所當男子數)	人口密度(每平 方公里人口數)
		總計	男	女		
新北市	2,052.57	4,014,869	1,960,442	2,054,427	95.43	1,956.02
臺北市	271.7997	2,538,299	1,208,385	1,329,914	90.86	9,338.86
桃園市	1,220.95	2,272,663	1,125,386	1,147,277	98.09	1,861.38
臺中市	2,214.90	2,815,477	1,382,072	1,433,405	96.42	1,271.15
臺南市	2,191.65	1,864,799	928,682	936,117	99.21	850.86
高雄市	2,951.85	2,749,293	1,355,140	1,394,153	97.20	931.38
宜蘭縣	2,143.63	451,175	227,222	223,953	101.46	210.47
新竹縣	1,427.54	574,806	293,417	281,389	104.27	402.66
苗栗縣	1,820.31	538,940	277,786	261,154	106.37	296.07
彰化縣	1,074.40	1,257,033	638,686	618,347	103.29	1,169.99
南投縣	4,106.44	485,983	248,298	237,685	104.47	118.35
雲林縣	1,290.83	671,182	346,966	324,216	107.02	519.96
嘉義縣	1,903.64	494,293	256,417	237,876	107.79	259.66
屏東縣	2,775.60	805,717	410,328	395,389	103.78	290.29
臺東縣	3,515.25	213,718	109,715	104,003	105.49	60.80
花蓮縣	4,628.57	321,971	162,726	159,245	102.19	69.56
澎湖縣	126.8641	106,147	54,656	51,491	106.15	836.7
基隆市	132.7589	364,766	181,861	182,905	99.43	2,747.58
新竹市	104.1526	452,844	223,672	229,172	97.60	4,347.89
嘉義市	60.0256	265,208	128,102	137,106	93.43	4,418.25
金門縣	151.656	141,180	70,367	70,813	99.37	930.92
連江縣	28.8	13,516	7,822	5,694	137.37	469.31

若性別比例為 X ，人口密度為 Y ，且 $\sum X = 2,256.69$ 、 $\sum Y = 33,358.11$ 、 $\sum X^2 = 233,202.3$ 、 $\sum Y^2 = 147,581,075$ 及 $\sum XY = 3,226,744$ ，計算性別比例與人口密度之相關係數。(10 分)

二、依題一的資料，以人口密度作為反應變數，其他皆為解釋變數進行迴歸模型分析，得到以下參數估計結果：

	Estimate	Std error
(Intercept)	10,890.376	3,076.995
土地面積	-0.550	0.178
人口數 總計	0.053	0.0101
人口數 男	-0.110	0.022
人口數 女	NA	NA
性別比例	-76.789	28.760

- (一)參數估計表中之「NA」表示估計結果是不可得到的；詳述「人口數 女」之參數估計結果為「NA」之原因。(5分)
- (二)詳述「土地面積」之迴歸係數估計值的意義。(5分)
- (三)在顯著水準為 0.01 下，檢定各解釋變數之顯著性；並依此結果決定那些變數可被剔除。(10分)

三、依題二的迴歸模型分析，得到以下變異數分析 (Analysis of variance, ANOVA) 表：

Source of variation	Degrees of freedom	Sum of squares	Mean square	<i>F</i>
Regression	(1)	(4)	(6)	(8)
Error	(2)	18,022,930	(7)	
Total	(3)	(5)		

- (一)寫出 ANOVA 表中 (1) 至 (8) 的值。(8分)
- (二)計算判定係數 R^2 及調整判定係數 R_a^2 ，並詳述兩者之意義與差異。(10分)
- (三)下表為各解釋變數之變異膨脹因子 (variance inflation factor, VIF)：

	土地面積	人口數 總計	人口數 男	性別比例
VIF	1.178	2,876.474	2,870.672	1.341

詳述何謂 VIF 及其值的意義。(12分)

四、若 SSR 表示迴歸平方和 (sum of squares for regression)

(一)詳述「額外的平方和 (Extra sum of squares)」 $SSR(X_1, X_4|X_2, X_3)$ 的意義。(5 分)

(二)詳細推導

$$SSR(X_1, X_2, X_3, X_4) = SSR(X_1) + SSR(X_2|X_1) + SSR(X_3|X_1, X_2) + SSR(X_4|X_1, X_2, X_3)。$$

(10 分)

五、若考慮一因子變異數分析有 t 個處理，每個處理有 r 個觀測值，其模型表示如下：

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i=1,2,\dots,t, \quad j=1,2,\dots,r,$$

其中 μ 為總平均數， τ_i 為第 i 個處理效應， ε_{ij} 是隨機誤差項。

(一)若以線性迴歸模型

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

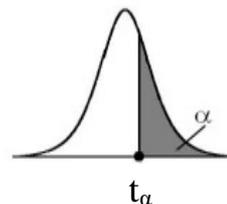
改寫上述一因子變異數分析模型，請定義 \mathbf{Y} ， \mathbf{X} ， $\boldsymbol{\beta}$ 及 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ，並詳述其維度。(10 分)

(二)為統計推論之目的，說明隨機誤差項所需的假設。(5 分)

(三)若欲檢定是否存在處理效應，請詳述此檢定之虛無假設、對立假設、檢定統計量及其拒絕域。(10 分)

t分配表

Percentage Points of the *t* Distribution; $t_{v, \alpha}$
 $P(T > t_{v, \alpha}) = \alpha$



v	α													
	0.40	0.30	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.0075	0.005	0.0025	0.0005
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318
13	0.259	0.538	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.850
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291