

110年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、  
國家安全局國家安全情報人員考試及110年特種考試  
交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試試題

考試別：鐵路人員考試  
等別：高員三級考試  
類科組別：電力工程、電子工程  
科目：工程數學  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。  
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。  
(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、利用拉氏轉換(Laplace transform)求解。(10分)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 2y = f(t), \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 1, \quad y(0) = 0, \quad f(t) = \begin{cases} 2, & 0 < t \leq \pi \\ 0, & t > \pi \end{cases}$$

二、設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 12 & -11 & 12 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$

(一)求  $A$  的 3 個特徵值(eigenvalues)。(10分)

(二)求  $A^5 + A^4 - 4A^3 + 4A^2 - 4A + 4I$ ，其中  $I$  為單位矩陣。(5分)

三、令  $\Gamma(t) = 3e^{it}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ，求  $\int_{\Gamma} \text{Im}(z) dz$ 。(10分)

(其中  $\text{Im}(z)$  代表複數  $z$  的虛部(imaginary part))

四、定義函數  $f(t)$  的傅立葉轉換(Fourier transform)為

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad j = \sqrt{-1}$$

(一)求函數  $f_1(t) = e^{-5|t|}$  的傅立葉轉換 (Fourier transform)。(5分)

(二)求函數  $f_2(t) = (\cos 100t) e^{-5|t|}$  的傅立葉轉換 (Fourier transform)。(10分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：5703

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 一座山距離海平面的高度可用  $z(x, y) = 3500 - 2x^2 - 3y^2$  來表示，試求出在  $P(-3, 2)$  這點朝上坡最陡峭的方向？

- (A) [12, 12]                      (B) [-12, -12]                      (C) [12, -12]                      (D) [-12, 12]

2 一平行六面體(parallelepiped)的三個不互相平行的邊緣向量分別是  $[2, 0, 3]$ 、 $[0, 4, 1]$ 、 $[5, 6, 0]$ ，試求此一平行六面體的體積。

- (A) 144                      (B) 72                      (C) 36                      (D) 12

3 考慮向量  $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  和  $v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ 。若  $u$  可分解為  $u_1 + u_2$ ，其中  $u_1$  為  $u$  在  $v$  的投影(projection)，則  $u_2$  為何？

- (A)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$                       (B)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$                       (C)  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$                       (D)  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ -1.5 \end{bmatrix}$

4 令矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，則  $A^T A$  的秩數(rank)為何？

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4

5 令矩陣  $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -9 & 9 \\ 3 & 0 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ 。下列何者不是  $X$  的特徵值(eigenvalue)？

- (A) 1                      (B) 2                      (C) -1                      (D) -4

6 下列函數何者可以執行線性轉換？

- (A)  $T(x, y) = \langle x - y, \sin(x - y) \rangle$                       (B)  $T(x, y, u, v, w) = \langle u - v - w, w + u, z, 0, 1 \rangle$   
(C)  $T(x, y) = \langle x - y, x + y, 2xy, 2y, x - 2y \rangle$                       (D)  $T(x, y, w) = \langle 4y - 2x, y + 3x, 0, 0 \rangle$

7 令  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，則矩陣函數  $e^A$  的像空間(image space)維度為何？

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4

8 考慮初始值問題  $\frac{dy}{dx} + x^2 y = \cos(\pi x)$ ,  $y(1) = 1$ 。若  $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$  為此微分方程式的級數解，則係數  $a_2$  為何值？

- (A) -2                      (B) -1                      (C) 0                      (D)  $+\frac{\pi^2}{2}$

- 9 李卡地方程式(Riccati equation)  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x}y^2 + \frac{1}{x}y - \frac{6}{x}$  可利用下列何種公式轉換為以  $u$  為未知數的線性微分方程式？
- (A)  $y = -3 + \frac{1}{u}$       (B)  $y = 3 + \frac{1}{u}$       (C)  $y = -5 + \frac{1}{u}$       (D)  $y = 5 + \frac{1}{u}$
- 10 一微分方程式  $y'' - 2y' = 6e^{2x} - 4e^{-2x}$  的起始條件分別為  $y(0) = -1$  及  $y'(0) = 6$ ，其解為  $y(x) = ae^{2x} + bxe^{2x} + ce^{-2x} + d$ ，試問下列何者不正確？
- (A)  $a = -1$       (B)  $b = 3$       (C)  $c = -\frac{1}{2}$       (D)  $d = -\frac{3}{2}$
- 11 令  $f(t) = \cos(\pi t)\delta(t-1)$ ，其中  $\delta(t)$  為脈衝函數(impulse function)， $f(t)$  的拉氏轉換(Laplace transform)為何？
- (A)  $-e^{-s}$       (B)  $e^{-s}$       (C)  $-e^s$       (D) 0
- 12 某函數  $f(t) = Ae^{-t}\cos(2t) + Be^{-t}\sin(2t)$ ，對應的拉氏轉換為  $F(s) = \frac{2s+5}{s^2+as+b}$ ， $A, B, a, b$  為實數。 $\frac{a}{b}$  為何值？
- (A) 5      (B) 2      (C) 1      (D) 0.4
- 13 一微分方程式  $y'' + 4y = f(t)$ ，其中  $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 4 \\ 3 & \text{for } t \geq 4 \end{cases}$ ，其起始條件分別為  $y(0) = 1$  及  $y'(0) = 0$ ，其解為  $y(t) = \cos(at) + b(c - \cos(d(t-4)))H(t-4)$ ，其中  $H(t)$  是 Heaviside 或 unit step 函數，試問下列何者不正確？
- (A)  $a = 2$       (B)  $b = \frac{3}{2}$       (C)  $c = 1$       (D)  $d = 2$
- 14 一函數  $f(t) = 5[H(t-3) - H(t-11)]$ ，其中  $H(t)$  是 Heaviside 或 unit step 函數，其傅立葉轉換(Fourier Transform)為  $F(\omega) = \frac{a}{b\omega}e^{-ic\omega}\sin(d\omega)$ ，試問下列何者不正確？
- (A)  $a = 10$       (B)  $b = 1$       (C)  $c = -7$       (D)  $d = 4$
- 15 給定一複變函數(complex function)  $f(z) = \frac{z+i}{\sin(z)}$ ，則此函數在  $z=0$  的殘餘數(residue)為何？
- (A) 0      (B) 1      (C)  $-i$       (D)  $i$
- 16 考慮複變函數  $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2(z^2+1)}$ ，若  $C$  為逆時針方向繞圓周  $|z-0.5i|=1$  的路徑。則線積分  $\oint_C f(z)dz$  為下列何值？
- (A)  $2\pi i - \pi \sin(i)$       (B)  $-2\pi i + \pi \sin(i)$       (C)  $2\pi i$       (D)  $-2\pi i$
- 17 找出複變函數級數  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2i}{5+i}\right)^n (z+3-4i)^n$  的收斂半徑。
- (A)  $\sqrt{26}$       (B)  $\frac{\sqrt{26}}{2}$       (C)  $\sqrt{13}$       (D)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

