

109年專門職業及技術人員高等考試建築師、32類科技師
(含第二次食品技師)、大地工程技師考試分階段考試
(第二階段考試)暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試、
109年第二次專門職業及技術人員特種考試驗光人員考試試題

等 別：高等考試
類 科：電子工程技師
科 目：通訊系統
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、對通訊系統作數學分析時，有時候會假設通道 (channel) 為加成式高斯白雜訊 (additive white Gaussian noise, AWGN) 通道。在符號上，將進入通道的訊號寫為 $x(t)$ ，它在通道中受到雜訊 $w(t)$ 的影響，然後出了通道在接收端收到的訊號則為 $y(t)$ 。

(一)請問 $x(t)$ 、 $w(t)$ 、 $y(t)$ 三者之間的關係為何？請以數學式子明確寫出。

(3分)

(二)請問 $w(t)$ 是否為廣義穩態 (wide-sense stationary, WSS) 的隨機程序 (random process)？同時請描述所謂的廣義穩態指的是什麼。(4分)

(三)在 $t=0$ 的時候， $w(t)$ 的平均值 (mean) 為何？(3分)

(四)請寫出 $w(t)$ 的自相關函數 (auto-correlation function) 的形式。(3分)

(五)請寫出 $w(t)$ 的功率頻譜密度 (power spectral density) 函數的形式。

(3分)

二、本題考慮一些類比調變 (analogue modulation) 技術。假設 $x(t)$ 代表訊息訊號 (message signal)，載波訊號 (carrier signal) 則以 $A \cos(\omega_c t)$ 表示。考慮如下所示五個訊號：

$$s_1(t) = Ax(t) \cos(\omega_c t)$$

$$s_2(t) = A \cos(\omega_c t + a x(t)) \quad (a \text{ 為常數})$$

$$s_3(t) = A (1 + b x(t)) \cos(\omega_c t) \quad (b \text{ 為常數, } 0 < b \times M < 1, \text{ 其中 } M \text{ 為 } |x(t)| \text{ 之最大值})$$

$$s_4(t) = A (x(t) \cos(\omega_c t) - \hat{x}(t) \sin(\omega_c t)) \quad (\hat{x}(t) \text{ 為 } x(t) \text{ 之希爾伯特轉換 (Hilbert transform)})$$

$$s_5(t) = A \cos(\omega_c t + d \int_0^t x(y) dy) \quad (d \text{ 為常數})$$

(一) 上面五個訊號，對應到如下所示的五個調變：

- (A) 單旁帶／載波抑制調幅 (Single-Sideband/Suppressed Carrier AM)，
- (B) 雙旁帶／載波抑制調幅 (Double-Sideband/Suppressed Carrier AM)，
- (C) 雙旁帶／完全載波調幅 (Double-Sideband/Full Carrier AM)，
- (D) 調頻 (frequency modulation)，
- (E) 調相 (phase modulation)。

請指出它們是如何作對應 (五個對應全部答對才有得分)。(4分)

(二) 五種調變中，那一個所需使用的頻寬 (bandwidth) 最小？(3分)

(三) 五種調變中，那一個的解調 (demodulation) 電路最簡單？它所付出的代價為何？(4分)

(四) 如果 $x(t) = \cos(\omega_0 t)$ ，那麼 $\hat{x}(t) = ?$ (3分)

(五) 如果 $x(t) = \sin(\omega_0 t)$ ，那麼 $\hat{x}(t) = ?$ (3分)

三、考慮一個二元調變 (binary modulation) 機制，在其中資料位元 (data bit) 0 與 1 分別以如下所示的 $s_0(t)$ 與 $s_1(t)$ 訊號來對應：

$$s_0(t) = \sqrt{E_b} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t), 0 < t < T$$

$$s_1(t) = \sqrt{E_b} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_1 t), 0 < t < T$$

其中 T 為位元時長 (bit duration)。在此假設訊號的傳輸通道為加成式高斯白雜訊 (AWGN) 通道，其中雜訊的雙邊功率頻譜密度 (two-sided power spectral density) 為 $\frac{N_0}{2}$ (換言之，單邊功率頻譜密度 (single-sided power spectral density) 為 N_0)。

(一) 此調變機制屬於下列選項其中的那一個：(A) BPSK (binary phase shift keying)，(B) BFSK (binary frequency shift keying)，(C) BASK (binary amplitude shift keying)？(3分)

(二) 請畫出此調變機制的同調解調 (coherent demodulation) 器。(7分)

(三) 為達到同調解調時， $s_0(t)$ 與 $s_1(t)$ 兩個訊號之間的正交性 (orthogonality)， f_0 與 f_1 兩個頻率有一個最小間隔之限制，請問此最小頻率間隔值為何？(答案請以 E_b 、 T 、 f_0 、 f_1 、 N_0 等參數表示之)(5分)

(四) 請寫出此同調解調器所對應的位元錯誤率 (bit error rate)。答案請以 co-error 或類似函數 (例如 Q ， erf 或 erfc 等) 與 E_b 、 T 、 f_0 、 f_1 、 N_0 等參數表示之。(5分)

四、針對無線 (wireless) 傳輸通道，時常以如下的數學模型來描述： $r(t) = g \times s(t) + n(t)$ ，其中 $s(t)$ 、 $r(t)$ 、 $n(t)$ 與 g 分別為傳送訊號 (transmitted signal)、接收訊號 (received signal)、雜訊 (noise) 與衰減因子 (fading factor)。有一個常見的作法是把 g 當作萊利 (Rayleigh) 隨機變數 (random variable)，並且用這樣子的方式來產生： $g = \sqrt{X^2 + Y^2}$ ，其中 X 和 Y 是平均值 (mean) 為 0、方差 (variance) 為 σ^2 、兩者獨立 (independent) 的高斯 (Gaussian) 隨機變數。

(一) 請寫出 X 的機率密度函數 (probability density function)。(3分)

(二) 請寫出 g 的機率密度函數。(5分)

(三) 若是 $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，那麼 $E(g^2) = ?$ ($E(g^2)$ 表示 g^2 的期望值 (expectation))

(4分)

五、有一個資訊源 (information source)，它會傳送出去的訊符 (symbol)，包括有 $x_k, k=1, 2, \dots, 7$ 等 7 種，而且傳送 x_k 的機率為 p_k 。假設 p_k 的數值如下所示：

$$p_1 = \frac{3}{32}, p_2 = \frac{1}{32}, p_3 = \frac{5}{32}, p_4 = \frac{2}{32}, p_5 = \frac{10}{32}, p_6 = \frac{4}{32}, p_7 = \frac{7}{32}。$$

(一)請計算此資訊源的熵值 (entropy)。請將熵值的衡量單位以位元 (bits) 來表示——也就是說，當你作相關的對數計算時，請以 2 為底。(7 分)

附註：你可能會需要這些數值： $\log_2(3) \cong 1.585$ 、 $\log_2(5) \cong 2.322$ 、 $\log_2(7) \cong 2.807$ 。

(二)請以霍夫曼編碼 (Huffman coding) 來對此資訊源作編碼，使其平均碼長 (average code-length) 盡量小。(7 分)

(三)經過霍夫曼編碼之後，此資訊源的平均碼長之數值為何？(3 分)

六、在本問題中將探討通訊鏈結預算之分析 (link budget analysis)。假設有一艘太空船對著地球傳送電波，傳送功率為 1 瓦特；太空船的天線增益 (gain) 為 10 dB，在地球上做訊號接收的碟形天線之增益為 50 dB；在傳送過程中訊號衰減了 180 dB。假設在接收端等效的熱雜訊 (thermal noise) 之雜訊溫度 (noise temperature) 為絕對溫度 300°K；以 N_0 代表此雜訊的單邊功率頻譜密度 (single-sided power spectral density)。

(一)在地球上所收到的訊號之功率為何？(6 分)

(二)請算出 N_0 的數值。(6 分)

附註：其中要波茲曼常數 (Boltzmann's constant)： $k = 1.38 \times 10^{-23}$ watt-sec/K

(三)以 E_b 代表在接收端所收到的一個位元之能量。若要求 $\frac{E_b}{N_0}$ 須達到 7 dB 以

上，那麼在此通訊傳輸場景中，可以容許的最大傳輸速率為何？(6 分)