

等 別：三等考試

類 科：天文

科 目：近代物理

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

電子靜止質量  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.5 \text{ MeV}$

電子電量  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

真空光速  $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

普郎克常數  $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J s}$

波茲曼常數  $k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

真空介電係數  $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$

圓周率  $\pi = 3.14$

一、(一)利用德布羅意 (de Broglie) 物質波的關係式，推導出電子在氫原子中的角動量  $L$  所滿足的波爾 (Bohr) 條件，即  $L = nh/2\pi$ ，其中  $n$  為正整數。(7分)

(二)使用波爾條件推導出氫原子的電子能態公式，即  $E_n = -m_e e^4 / 8\epsilon_0^2 h^2 n^2$ 。(7分)

(三)要完全指定氫原子的量子狀態，還需要那些額外的量子數及其量化的物理量？(6分)

二、有一個在一維  $x$  空間的粒子，其運動受到位能函數  $V(x)$  的影響，而其波動函數 (未歸一化) 為  $\psi(x) = e^{-ax^2/2}$ ， $a$  為常數。如果  $V(x)$  在  $x=0$  處有極小值，試利用薛丁格方程式 (Schrödinger equation) 求出：(一)此粒子運動能量的本徵值 (eigenvalue) (10分)，及(二)位能函數  $V(x)$ 。(10分)

三、有一 1.5 MeV 的伽馬 ( $\gamma$ ) 射線撞擊一鉭 (Ta) 的薄箔，觀察到從鉭箔中跑出了動能為 0.7 MeV 的電子，這是由於光電效應 (photoelectric effect)、康普頓散射 (Compton scattering) 還是成對生產 (pair production)？必須分別說明這三種途徑可能或不可能的理由。假設在與鉭箔材料的初始相互作用中產生的任何電子不會進行第二次的相互作用。(20分)

四、有一束動能為 140 MeV 的  $\pi^+$  介子，通過三個相隔 10 m 的計數器 A、B、C。如果 1,000 個  $\pi^+$  介子通過計數器 A，470 個  $\pi^+$  介子通過計數器 B。試問：（每小題 10 分，共 20 分）

(一) 預計在 C 中會記錄多少個  $\pi^+$  介子？

(二) 計算  $\pi^+$  介子平均壽命。（假設  $\pi^+$  介子的靜止質量為 140 MeV/c<sup>2</sup>， $\ln(1000/470)=0.755$ ）

五、溫度為 4,000 K 的腔體有一半徑為 1.0 mm 的圓形孔洞。利用普郎克的輻射公式  $u_\lambda d\lambda = [(8\pi hc/\lambda^5) / (e^{hc/\lambda kT} - 1)] d\lambda$  估算：（每小題 10 分，共 20 分）

(一) 在可見光區域（0.4-0.7  $\mu\text{m}$ ）內，由孔洞所發出的輻射功率。

(二) 在可見光區域每秒由孔洞發出的光子數。（毋須積分，(一)(二)皆用平均波長估算， $e^{6.43}=620$ ,  $5.5^{-5}=2 \times 10^{-4}$ ）