

等 別：高考二級
類 科：機械工程
科 目：自動控制學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

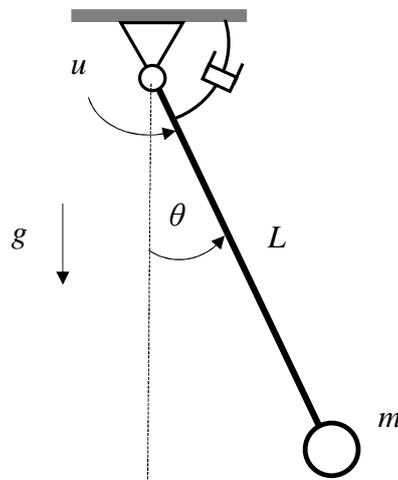
(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、某吊車系統的簡化機械模型如下圖，假設吊桿的質量集中於末端，長度為 L ，質量為 m ，驅動吊桿的馬達扭矩為 u 。軸承之摩擦扭矩可表示為： $c_0\dot{\theta} + c_1\dot{\theta}^3$ ， θ 為吊桿和鉛直線之夾角，重力加速度為 g ，定義系統輸入為 u 輸出為 θ 。

(一)推導系統的運動方程式 (equation of motion)。(10 分)

(二)若吊桿在 $\theta = 30$ 度附近操作，求線性化數學模型和轉移函數並定義其輸入和輸出。(10 分)

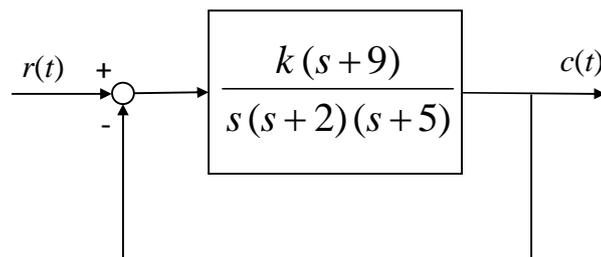
(三)分析此開路系統之穩定性 (stability)。(5 分)



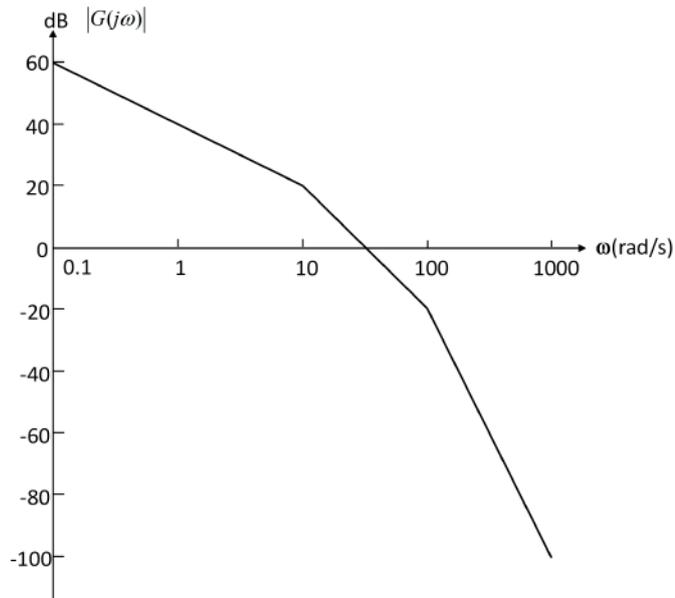
二、有一閉迴路控制系統方塊圖如下：

(一)求使系統穩定之 k 的範圍。(10 分)

(二)當 k 為何值時系統有一對極點 (pole) 落在虛軸？(15 分)



- 三、(一)說明系統 $G(s)$ 的波德 (Bode) 圖中相位角 (phase angle) 和絕對值 (magnitude) 的漸近線斜率有一對一關係的條件並寫出此關係。(10 分)
 (二)下圖為滿足上述條件系統的波德圖之漸近線，求此系統的轉移函數並繪出其相位角。(15 分)



- 四、給定一單輸入單輸出 (single-input single-output) 系統的狀態方程式如下：

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$$

$$x \in R^n, u \in R, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times 1}, C \in R^{1 \times n}$$

- (一)推導此系統的轉移函數 (transfer function) $G(s) = Y(s) / U(s)$ 。(10 分)
 (二)說明 $G(s)$ 無極點零點對消 (pole-zero cancellation) 的條件。(5 分)
 (三)當 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = [2 \ 1]$, 求系統轉移函數 $G(s)$ 。(10 分)