代號：22830
頁次：2－1

107年公務人員高等考試一級暨二級考試試題

等　　別：高考二級
類　　科：工業工程
科　　目：作業研究（包括線性規劃與等候理論）
考試時間：2 小時　　座號：＿＿＿＿＿＿

※注意：㈠可以使用電子計算器。
㈡不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請以大 M 法（M-Method）求解下列模式。（25 分）

$Minimize\ 4x_1 + x_2$

subject to

$3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1 + 2x_2 \leq 4$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

二、某美商公司生產兩種使用電阻器、電容器與芯片的電子設備。該公司生產兩種電子設備係根據下表的單位資源需求與最大可用資源的資訊決定，該公司製造經理希望依據下表擬定最大收入的生產計劃：

	單位資源需求		
資源	設備 1（單位）	設備 2（單位）	最大可用量（單位）
電阻器	2	3	1200
電容器	2	1	1000
芯片	0	4	800
單位價格（美元）	3	4	

假設 x_1 與 x_2 分別為設備 1 與設備 2 生產的數量。以下為線性規劃模型與其相關的最適單形表（Simplex Table）：

$$Maximize\ z = 3x_1 + 4x_2$$

Subject to

$$2x_1 + 3x_2 \leq 1200 \quad （電阻器）$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1000 \quad （電容器）$$

$$4x_2 \leq 800 \quad （芯片）$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

基本變數	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	解
z	0	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	1750
x_1	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	450
s_3	0	0	-2	2	1	400
x_2	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	100

其中 s_1, s_2, s_3 是各限制式的差額變數（slack variable）

試回答下列問題：

㈠每一資源之對偶價格為何？其有效正確範圍為何？（10 分）

㈡若電阻器的可用數量增加為 1300 單位，則最佳解為何？（5 分）

㈢若電容器在允許變動的範圍中，請計算最適收益及設備 1 與設備 2 數量的對應範圍。（10 分）

㈣一個新承包商提出以每個電阻器 40 美分的價格賣給該美商公司額外的電阻器，但該美商公司至少要購買 500 單位。請問該美商公司是否要接受此報價？（5 分）

三、某公司銷售的產品在未來四個月的需求分別為 100、140、210 與 180 個單位。該公司可以儲存恰好的產品數量以滿足各月所需，也可儲存較多的產品以滿足連續兩個月或更長時間的需求，然而若儲存較多的產品，每月每存貨單位需要支付持有成本$1.20。該公司估計未來四個月的每單位購價分別為$15、$12、$10 與$14，每次下訂單時會產生$200 的設置成本。該公司希望建立一個採購計畫以最小化訂購、購買與持有庫存產品的總成本。試以最短路徑（Shortest Path）圖來闡述此問題，並使用最短路徑法求最適解。（20 分）

四、某銀行分行僅有一個櫃台，顧客的到達、離去均為卜瓦松分配（Poisson Distribution），平均每 20 分鐘到達 3 人，而每位顧客的平均服務時間為 5 分鐘。等候線可容納無限多人，採先到先服務方式，又假設等候線上的顧客都不會中途離去。試回答下列問題：

㈠系統閒置的機率？（5 分）

㈡系統中平均顧客數？等候線平均顧客數？（5 分）

㈢平均在系統中停留的時間？平均在等候線上的時間？（10 分）

㈣顧客到達後必須等候的機率？（5 分）