

107年公務人員特種考試司法人員、法務部
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：數論

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

(四)須詳列計算過程，否則不予計分。

一、畢氏三角形為一個直角三角形，其三邊長度都是整數，證明畢氏三角形內接圓的半徑一定是整數。(15分)

二、證明若 p 是一個奇質數，則雷建得符號 (Legendre symbol)

$$\left(\frac{2}{p}\right) = (-1)^{(p^2-1)/8} = \begin{cases} 1 & \text{假如 } p \equiv 1, 7 \pmod{8} \\ -1 & \text{假如 } p \equiv 3, 5 \pmod{8} \end{cases} \quad (20 \text{ 分})$$

三、(一)將 $\gcd(12378, 3054)$ 寫成 12378 和 3054 的線性組合。(10分)

(二)求正整數 k, l, m, n 滿足 $k^2 + l^2 + m^2 + n^2 = 9828$ 。(15分)

四、(一)證明 41 可以整除 $2^{20} - 1$ 。(10分)

(二)運用 Fermat 的方法因式分解數字 119143。(10分)

五、證明若 x_1, y_1 是 $x^2 - dy^2 = 1$ 的原始解 (fundamental solution)，則此方程式的正整數解 x_n, y_n 可以由方程式 $x_n + y_n \sqrt{d} = (x_1 + y_1 \sqrt{d})^n, n = 1, 2, 3, \dots$ 求得。(20分)