106年專門職業及技術人員高等考試
建築師、技師、第二次食品技師考試暨
普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

代號：01150

全一頁

等 別：高等考試

類 科：電機工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、複變函數與機率）

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請求出矩陣 A 的反矩陣，其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 。(10分)

二、請求 $Ax=b$ 的最小平方解 x ，其中 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 。(15分)

三、請解以下微分方程式，其中 $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ ， $y' = \frac{dy}{dx}$ ，
 $y'' + 4y' + 4y = \frac{2e^{-2x}}{x^2}$ 。(10分)

四、請用拉布拉斯轉換 (Laplace transform) 解此方程式：

$$y(t) = 1 - \sinh t + \int_0^t (1 + \tau)y(t - \tau)d\tau \quad (15 \text{分})$$

五、有一個複數 $z = 1 - \sqrt{3}i$ ，求 $z^{12} = ?$ (15分)

六、假設 f 是一個連續隨機變數 X 的密度函數 (density function)，其型式為

$$f(x) = \begin{cases} kxe^{-x}, & \text{當 } x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 請求出：}$$

(一) k 的值。(10分)

(二) X 的機率分布函數 (probability distribution function)。(5分)

七、投擲一個正常六面骰子，其顯示的點數為隨機變數 X ，請問此 X 的變異數 (variance) 為何？請給予詳細計算過程。(10分)

八、一個盒子內有 10 個不同半徑的硬幣，其半徑分別為 1, 2, 3, ..., 及 10，請問在盒子中任選一個硬幣之面積的期望值 (expected value) 為何？(10分)