

等 別：高等考試
類 科：電子工程技師
科 目：通訊系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、有一個隨機程序 (random process) $x(t)$ ，其自相關函數 (auto-correlation function) 為：

$$\varphi_{xx}(t) = \frac{1}{2} N_o \delta(t),$$

其中 $\delta(t)$ 為單位脈衝函數 (unit impulse function)。像這樣的隨機程序也稱為白雜訊 (white noise)。將此白雜訊輸入一個理想的帶通濾波器 (ideal band-pass filter)，其頻率響應如下：

$$H(f) = \begin{cases} 1, & -f_c - \frac{1}{2}B \leq f \leq -f_c + \frac{1}{2}B \\ 1, & f_c - \frac{1}{2}B \leq f \leq f_c + \frac{1}{2}B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中 $f_c \gg B$ 。請問在此帶通濾波器的輸出端的雜訊功率 (noise power) 為何？
(10 分)

二、有一個基頻訊號 (baseband signal) $x(t)$ ，其頻寬 (bandwidth) 為 B 。我們將它調變 (modulate) 為如下訊號：

$$s(t) = Ax(t) \cos(2\pi f_c t)$$

其中 $f_c \gg B$ ，而 A 則為某一常數。請問 $s(t)$ 的頻寬為何？(10 分)

三、在無線通訊 (wireless communication) 系統中，我們時常會以如下的數學模型 (mathematical model) 來描述傳送訊號 (transmitted signal) $s(t)$ 與接收訊號 (received signal) $r(t)$ 之間的關係：

$$r(t) = G \times s(t) + n(t),$$

其中 $n(t)$ 為高斯白雜訊 (white Gaussian noise)，而 G 則為衰減因子 (fading factor)。有一個常見的作法是把 G 當作萊利分佈 (Rayleigh distributed) 的隨機變數 (random variable)，亦即其機率密度函數 (probability density function) 為：

$$f_G(g) = \begin{cases} \frac{2g}{Q} \exp\left(-\frac{g^2}{Q}\right), & g > 0 \\ 0, & g < 0 \end{cases}$$

其中 Q 為一個正數 (positive number)。

(一) $f_G(g)$ 的最大值出現在 g 為什麼值的時候？(5 分)

(二) 請計算「 $G < \sqrt{Q}$ 」事件 (event) 的機率 (probability)。(10 分)

(請接背面)

等 別：高等考試
類 科：電子工程技師
科 目：通訊系統

四、考慮一個二元調變 (binary modulation) 機制，在其中資料位元 0 與 1 的傳送分別以如下所示的 $s_0(t)$ 與 $s_1(t)$ 訊號來對應：

$$s_0(t) = \sqrt{E} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t), \text{ for } 0 < t < T$$
$$s_1(t) = -\sqrt{E} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t), \text{ for } 0 < t < T$$

在其中 T 也就是傳送一個位元 (bit) 所需耗費的時間。

(一)每傳送一個位元所需耗費的能量 (energy) 為何？你的答案應該以 E 、 T 等符號表示出來 (也許跟 E 有關、也許跟 T 有關、也許跟兩者都有關)。(8 分)

(二)我們假設從傳送端 (transmitter) 到接收端 (receiver)，訊號所經過的通道 (channel) 為加成性高斯白雜訊 (additive white Gaussian noise) 通道，簡稱 AWGN 通道。請解釋何謂 AWGN 通道。請注意在你的解釋中應該要對「additive」、「white」、「Gaussian」等用詞有些許說明。(9 分)

(三)讓我們使用相關器 (correlator) 來作解調 (demodulation)，而且要使用個數盡量少的相關器。請畫出解調器 (demodulator) 的架構，並且清楚地標示其中的位元判定準則 (decision rule)。(8 分)

五、在數位通訊 (digital communication) 中作解調 (demodulation) 時，可分為同調解調 (coherent demodulation) 與非同調解調 (non-coherent demodulation) 兩大類。請指出兩者在運作上的相異之處。(10 分)

六、我們考慮一個線性方塊碼 (linear block code)，它是拿來作錯誤控制 (error control) 之用。此線性方塊碼的產生器矩陣 (generator matrix) 為：

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(一)這個線性方塊碼的每一個碼字 (code-word) 帶有多少個訊息位元 (message bits)？(5 分)

(二)請列出所有的碼字 (code-words)。(5 分)

(三)此線性方塊碼之最小距離 (minimum distance) 為何？(5 分)

(四)當我們收到 $[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$ 時，應該解碼 (decode) 為收到了什麼訊息 (message)？(5 分)

七、有一個資訊源 (information source)，每次傳送的訊息符號 (message symbol) 為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五者其中之一，其相對應的傳送機率為：

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{16}, \quad P(C) = \frac{3}{8}, \quad P(D) = \frac{1}{6}, \quad P(E) = \frac{1}{3}.$$

請計算此資訊源的熵值 (entropy，亦即平均資訊量 (average information))。請將熵值的衡量單位以位元 (bits) 來表示；也就是說，當你作相關的對數計算時，請以 2 為底。(10 分)

<附註> $\log_2(3) \approx 1.585$