

等 別：高等考試

類 科：電機工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、複變函數與機率）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、試利用拉氏轉換（Laplace transform）

求解 $y'' + 4ty' - 4y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = -7$, 其中 $y' \equiv \frac{dy}{dt}$, $y'' \equiv \frac{d^2y}{dt^2}$ 。 (20 分)

二、設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(一) 求 A 的特徵值 (eigenvalues) 。 (5 分)

(二) 求 A 的特徵向量 (eigenvectors) 。 (5 分)

(三) 求矩陣 P 及 Λ , 使得 $A = P\Lambda P^{-1}$, 其中 P 及 Λ 均為 3×3 矩陣 , 且 Λ 必須為對角矩陣 (diagonal matrix) 。 (10 分)

三、試求 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3x+2}{x(x-4)(x^2+9)} dx$ 之值。 (20 分)

四、設隨機變數 (random variable) X 和 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} x(y+1.5), & 0 < x < 1 \text{ and } 0 < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

定義 $E[Z]$ 為隨機變數 Z 的期望值 (mean value) 。 求

(一) $E[X]$ (5 分)

(二) $E[Y]$ (5 分)

(三) $E[X^2]$ (5 分)

(四) $E[XY]$ (5 分)

五、試求 $\int_C xyz dx - \cos(yz) dy + xz dz$, 其中 C 弧係由起點 $(1,1,1)$ 至終點 $(-2,1,3)$ 所定義之直線線段。 (20 分)