

等 級：簡任

類科(別)：統計

科 目：統計學研究

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、假設 (X, Y) 兩隨機變數之聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為 $f_{X,Y}(x, y) = Cxy, 0 < x < y < 1$ ，當 x, y 為其他值時， $f_{X,Y}(x, y) = 0$ 。
- (一)計算 C 值使得 $f_{X,Y}(x, y)$ 為一定義之聯合機率密度函數。(5分)
- (二)試分別求出 X 與 Y 之邊際 (marginal) 機率密度函數。(10分)
- (三)試分別求出 X 給定 Y 之條件期望值 (conditional expectation) 及條件變異數： $E(X|Y)$ 及 $Var(X|Y)$ 。(10分)
- 二、假設 X_1, X_2, \dots, X_n 為一組來自 $f(x; \beta) = 1/\beta, 0 < x \leq \beta$ 分配之隨機樣本，其中參數 β 未知， n 為樣本數。(每小題 10 分，共 20 分)
- (一)試求參數 β 之動差估計式 (method-of-moments estimator)。
- (二)試求參數 β 之最大概似估計式 (maximum-likelihood estimator)。
- 三、為了解兩政黨對加入跨太平洋夥伴協定 (Trans-Pacific Partnership Agreement) 的意向，分別由甲政黨及乙政黨中隨機抽取 120 人及 100 人加以調查，其中回答贊成的人數分別為 84 人及 48 人，如要檢定兩政黨贊成加入跨太平洋夥伴協定的比例是否相同時，試問：
- (一)此檢定的 Z 檢定統計量計算出來的值為何？(答案請計算至小數點第二位)(10分)
- (二)又利用此 Z 檢定統計量之值計算出來的 P -值 (P -value) 為何？(10分)
- (三)試問在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定兩政黨贊成加入跨太平洋夥伴協定的比例是否相同？(5分)
- 四、某醫療研究部門認為癌症病患存活時間(Y)和病患幸福指數(X)有關，因此收集了 30 位病患的資料，得下列統計結果：
- $$\sum_{i=1}^{30} x_i = 66, \sum_{i=1}^{30} y_i = 60, \sum_{i=1}^{30} x_i y_i = 246, \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 168 \text{ 和 } \sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 890。$$
- 試問如以上述資料建構一簡單線性迴歸模型 $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ ， ε 為隨機誤差項並滿足迴歸分析之基本假設，試問(所有答案請計算至小數點第二位):(每小題 10 分，共 30 分)
- (一)迴歸直線 $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$ 為何？
- (二)又 X 與 Y 之樣本相關係數及此迴歸分析中之判定係數 (coefficient of determination) 各為何？
- (三)迴歸分析變異數分析表中之 F 檢定統計量的值為何？

(請接背面)

