

等 別：四等考試
類 科：經建行政、交通技術
科 目：統計學概要
考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、令 S 表示一隨機實驗之樣本空間，設 $S = \bigcup_{i=1}^5 A_i$ ，其中 $A_i \cap A_j = \phi$ ， $i \neq j$ 。A 為一事件，且

$$P(A_j) = \frac{j}{15}, P(A|A_j) = \frac{5-j}{15}, j=1, \dots, 5。$$

(一)試求 $P(A_j|A)$ ， $j=1, \dots, 5$ 。(15分)

(二)1. 在題(一)中你使用了那個定理？(4分)

2. 請敘述此定理的內容。(6分)

二、令 $\{X_i\}_1^n$ 為一組由卜瓦松 $P(\lambda)$ 母體所抽出之隨機樣本，令 $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ 表示樣本平均數：

(一)當樣本大小 $n \geq 30$ 且固定，試寫出 \bar{X}_n 之漸近分配，需說明理由及註明分配名稱與參數。(10分)

(二)設參數 λ 未知，試求 λ 之最大概似估計式，記為 $\hat{\lambda}$ 。(10分)

三、給下列 $\{(x_i, y_i)\}_1^7$ 成對資料：

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	3	5	8	10	10	12	15

設此一資料來自一簡單線性迴歸模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ， $\varepsilon_i \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, \sigma^2)$ ， $i=1, 2, \dots, 7$ 。

(一)試說明：

1. β_1 之含意。(5分)

2. 誤差 ε_i 被假設為常態之合理性。(5分)

(二)1. 以最小平方估計法 (LSE) 計算此資料樣本迴歸線 $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 x_i$ 。(10分)

2. 以 $\alpha \in (0, 1)$ 為顯著水準，如何檢定此迴歸線是否顯著？(10分)

(請接背面)

等 別：四等考試
類 科：經建行政、交通技術
科 目：統計學概要

四、設 X_1, X_2, \dots, X_9 ，為一組來自常態 $N(\mu_1, 5^2)$ 母體之隨機樣本， Y_1, Y_2, \dots, Y_{16} 為另一組來自常態 $N(\mu_2, 6^2)$ 母體之隨機樣本， X_i 與 Y_j 之間獨立。設：

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^9 X_i}{9}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{16} Y_j}{16}$$

(一) 試寫出 $\bar{X} - \bar{Y}$ 之抽樣分配。(10分)

(二) 若由此兩個母體分別抽出之特定樣本得 $\bar{x} = 64$ ， $\bar{y} = 59$ ，利用題(一)之結果：

1. 求 $\mu_1 - \mu_2$ 之 90% 信賴區間。(8分)

2. 並解釋其意義。(2分)

(已知 $Z \sim N(0, 1)$ ， $P(|Z| < 1.96) = 0.95$ ， $P(|Z| < 1.645) = 0.9$)

(三) 依據題(二)之結果，可否作 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ vs. $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 之檢定？需說明理由。(5分)