

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)作答時，請參考表一、二、三及四。

一、一電阻能消耗的電力 (W) 與電壓 (V) 的平方成比例，即 $W=3V^2$ 。若通過電阻之電壓 V 呈平均值為 6，變異數為 1 之常態分布。

(一)試求 W 之期望值， $E(W)$ 。(5 分)(二)試求 W 在 120 以上之機率。(10 分)

二、在一很大的母體中，已知某族群所占的比例介於(0.2,0.35)間，若要求抽樣結果該比例之估計誤差在 1% 內，而信賴度 (confidence level) 為 95%，試求所需的最小樣本數。(10 分)

三、資料 23 39 19 43 33 29 28 42 18 33 23 34 33 20 31 40 為隨機抽取的一組樣本，試檢定其母體四分位數 (quartile) 是否為 21，求其 p-value。(答案不須乘開，寫出公式即可。)(10 分)

四、若 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 為獨立同分布之常態隨機變數，其期望值為 μ ，變異數為 σ^2 ； μ 和 σ^2 皆未知。試求信賴水準為 $(1-\alpha)100\%$ 時，期望值 μ 之信賴區間長度的期望值。(10 分)

五、下表分別為十位參加減重班的學員參加前與參加後的體重紀錄 (Kg)：

| | | | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 參加減重班前 | 70 | 73 | 95 | 80 | 60 | 86 | 65 | 90 | 78 | 66 |
| 參加減重班後 | 65 | 71 | 89 | 82 | 60 | 83 | 66 | 86 | 75 | 65 |

若體重皆符合常態分配，試根據上述資料檢定該減重班是否具有顯著的減重功效？($\alpha=5\%$)(10 分)

六、下表是投擲一骰子 300 次所得各點數出現的次數。

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 點數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 次數 | 35 | 60 | 52 | 65 | 55 | 33 |

在顯著水準 $\alpha=5\%$ 下，請檢定該骰子是否為公平的骰子。(10 分)

七、在一項實驗中，欲研究使用一種藥性貼布是否有助於紓緩疼痛。實驗過程中隨機安排患者使用外型相同的藥性貼布或無藥貼布，實驗結束時得數據如下：

| | | | |
|--------|------|-----|----|
| | 紓緩疼痛 | 未紓緩 | 合計 |
| 使用藥性貼布 | 25 | 31 | 56 |
| 使用無藥貼布 | 10 | 40 | 50 |

試問實驗數據是否證實該藥性貼布可以顯著達到紓緩疼痛的效果？試以 p-value 做結論。(15 分)

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：統計學

八、若已知獨立資料 (x_i, y_i) , $i=1, \dots, 5$, 分別為 $(-2,0)$, $(-1,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$, $(2,3)$, 且滿足線性模型 $y_i = 1 + \beta x_i + \varepsilon_i$, 其中 ε_i 為獨立同分布之 $N(0, \sigma^2)$ 隨機變數, $i=1, \dots, 5$ 。

(每小題 10 分, 共 20 分)

(一)試求斜率 β 之最小平方估計 (Least Squares Estimate)。

(二)試檢定上述迴歸模型是否顯著, 並寫出檢定統計量之分布。

表一：常態分布：內為大於 z 之右尾機率 $P(Z \geq z) = 1 - \Phi(z)$ 。

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1.9 | .0287 | .0281 | .0274 | .0268 | .0262 | .0256 | .0250 | .0244 | .0239 | .0233 |
| 2.0 | .0228 | .0222 | .0217 | .0212 | .0207 | .0202 | .0197 | .0192 | .0188 | .0183 |
| 2.1 | .0179 | .0174 | .0170 | .0166 | .0162 | .0158 | .0154 | .0150 | .0146 | .0143 |
| 2.2 | .0139 | .0136 | .0132 | .0129 | .0125 | .0122 | .0119 | .0116 | .0113 | .0110 |
| 2.3 | .0107 | .0104 | .0102 | .0099 | .0096 | .0094 | .0091 | .0089 | .0087 | .0084 |
| 2.4 | .0082 | .0080 | .0078 | .0075 | .0073 | .0071 | .0069 | .0068 | .0066 | .0064 |
| 2.5 | .0062 | .0060 | .0059 | .0057 | .0055 | .0054 | .0052 | .0051 | .0049 | .0048 |
| 2.6 | .0047 | .0045 | .0044 | .0043 | .0041 | .0040 | .0039 | .0038 | .0037 | .0036 |

表二：T 分布：右尾機率為 α 之臨界值 $T_{df; \alpha}$ 。

| α | .20 | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| df | | | | | | |
| 3 | 0.978 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | 0.941 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | 0.920 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | 0.906 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | 0.896 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | 0.889 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| 9 | 0.883 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 |
| 10 | 0.879 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| 11 | 0.876 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 |

表三：卡方 (Chi-square) 分布：右尾機率為 α 之臨界值 $\chi_{df; \alpha}^2$ 。

| α | .20 | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
|----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| df | | | | | | |
| 3 | 4.64 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.34 | 12.84 |
| 4 | 5.99 | 7.78 | 9.49 | 11.14 | 13.28 | 14.86 |
| 5 | 7.29 | 9.24 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 |
| 6 | 8.56 | 10.64 | 12.59 | 14.45 | 16.81 | 18.55 |
| 7 | 9.80 | 12.02 | 14.07 | 16.01 | 18.48 | 20.28 |

表四：F 分布：右尾機率為 $\alpha = 0.05$ 之臨界值 $F_{n_1, n_2; \alpha}$ 。

| n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| n_2 | | | | | | |
| 1 | 161.45 | 199.50 | 215.71 | 224.58 | 230.16 | 233.99 |
| 2 | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 |
| 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 |
| 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.53 | 4.39 | 4.28 |