

類 科：地震測報
科 目：地球物理數學概要
考試時間：1 小時 30 分

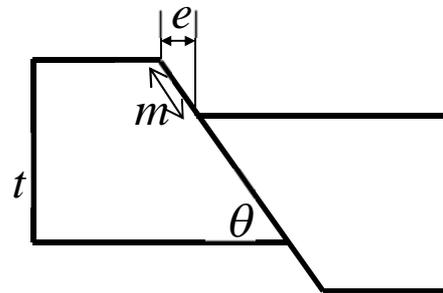
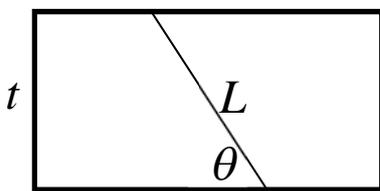
座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、長方形塊體的厚度為 t ，其斷層長度為 L ，斷層傾角為 θ 。當此正斷層向下滑動時，其斷層水平方向移動的距離為 e ，沿斷層面移動的距離為 m 。若此正斷層受到重力滑動的功 W 與斷層長度 L 以及斷層面移動的距離 m 成正比，亦即 $W = \alpha L m$ ，其中 α 為正比常數。



(一)證明正斷層受到重力滑動的功 $W(\theta) = \frac{2\alpha t e}{\sin(2\theta)}$ 。(5 分)

(二)對正斷層滑動的功 W 進行一次微分，以決定斷層滑動的最佳傾角。(10 分)

(三)對正斷層滑動的功 W 進行二次微分，以判定上述最佳斷層傾角為最小重力滑動的功所造成。(10 分)

- 二、建築物質量為 m ，其彈性係數為 k 。若地震的振動水平力是 $m \sin(\omega_0 t)$ ，試問：

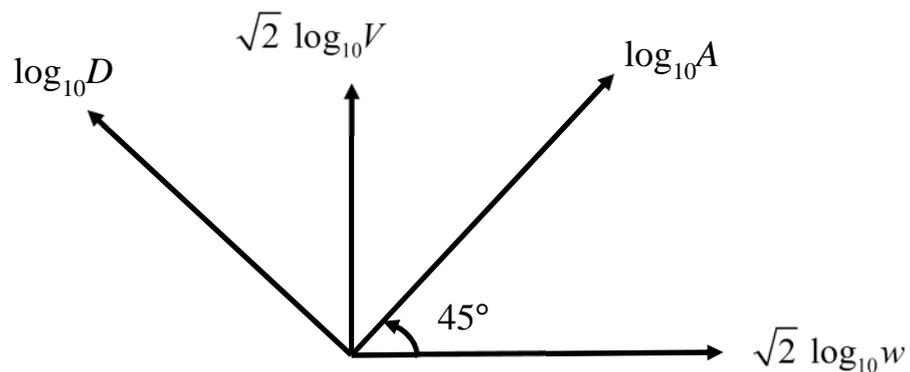
(一)為何建築物固有角頻率為 $\omega = (k/m)^{1/2}$ ？(5 分)

(二)求建築物水平位移隨時間的變化 $x(t)$ 為何？(10 分)

(三)若共振 ($\omega = \omega_0$) 時，建築物會有什麼影響？(10 分)

(先建立二階常微分方程式，再得到常微分方程式的齊次解與特解，最後以羅必達 (L'Hospital) 法則，求解建築物共振的水平位移變化)

三、地震場址效應與建築物耐震設計使用的「三相地震反應頻譜」是對位移 $x(t)$ 、速度 $\dot{x}(t)$ 、加速度 $\ddot{x}(t)$ 的地震紀錄，進行傅立葉轉換 $F\{\}$ 的振幅頻譜： $D = \|F\{x(t)\}\|$ ， $V = \|F\{\dot{x}(t)\}\|$ ， $A = \|F\{\ddot{x}(t)\}\|$ 。對速度與加速度的一次微分先進行傅立葉轉換，再使用坐標軸的旋轉矩陣，證明坐標軸 $(\log_{10}A, \log_{10}D)$ 是從坐標軸 $(\sqrt{2} \log_{10}w, \sqrt{2} \log_{10}V)$ 逆時針旋轉 45° 所建立的。(25 分)



四、若訊號 $f(t)$ 的取樣間距為 Δt ，則其取樣時間 $t = n\Delta t, n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$ 。至於取樣定理的奈奎斯特頻率 (Nyquist frequency) f_N 亦應滿足角頻率 $w \in (-2\pi f_N, 2\pi f_N)$ 。從離散化訊號 $f(n\Delta t)$ 的傅立葉轉換代入傅立葉反轉換，證明奈奎斯特頻率 $f_N = 1 / (2\Delta t)$ 。(25 分)