

110年公務人員普通考試試題

類 科：經建行政、交通技術
科 目：統計學概要
考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

$$P(Z > z_\alpha) = \alpha; z_{0.05} = 1.645; z_{0.025} = 1.96; z_{0.2119} = 0.8; z_{0.0559} = 1.59; z_{0.0233} = 1.99$$

$$P(t > t_{\alpha,n}) = \alpha; t_{0.025,220} = 1.96$$

$$P(\chi^2 > \chi^2_\alpha(n)) = \alpha; \chi^2_{0.05}(10) = 18.307; \chi^2_{0.05}(4) = 9.488; \chi^2_{0.05}(6) = 12.592$$

$$P(F > F_\alpha(n_1, n_2)) = \alpha; F_{0.05}(2,27) = 3.35; F_{0.025}(2,10) = 5.46; F_{0.05}(5,10) = 3.33; F_{0.05}(6,12) = 3$$

一、已知隨機變數 X 與 Y 的二元機率分配如下：

$f(x, y)$	x	y
0.2	50	80
0.5	30	50
0.3	40	60

(一)計算 X 與 Y 的期望值與變異數。(8 分)

(二)計算 $E(X+Y)$ 與 $\text{Var}(X+Y)$ 。(8 分)

(三)計算 X 與 Y 的共變異數與相關係數，並判斷 X 與 Y 是正相關、負相關或不相關。(9 分)

二、一間百貨公司分析它們最近的銷售情況，並且決定顧客購買商品的付款方式與商品價格類別之間的關係，得到下表中的聯合機率：

	現金	信用卡	簽帳金融卡
\$20以下	.09	.03	.04
\$20-\$100	.05	.21	.18
\$100以上	.03	.23	.14

(一)以簽帳金融卡付消費款的比例為何？(5 分)

(二)以信用卡支付之下，消費款超過\$100的機率為何？(5 分)

(三)以信用卡或簽帳金融卡支付消費款的比例為何？(5 分)

三、某週刊曾報導廣告主與網際網路服務供應商及搜尋引擎簽訂合約，在網站上刊登廣告，付費方式是根據點擊該項廣告的潛在顧客的數目而定。不幸的是，點擊詐欺（為了增加廣告收入而點擊該項廣告）已然成為問題。40%的廣告主宣稱，他們成為點擊詐欺的受害者。假定隨機抽選 380 位廣告主，以了解點擊詐欺的狀況：

(一)樣本比例與母體比例的差距在 ± 0.04 以內的機率是多少？（5 分）

(二)樣本比例大於 0.45 的機率是多少？（5 分）

四、某醫學期刊中描述一項研究，想要判斷運動是否可以延長心臟麻痺病患的生命。招募 801 位心臟麻痺病患的樣本；其中 395 位接受運動的訓練，而另外的 406 位則無。在接受運動的群組當中有 88 位病患未能延長生命，而在無運動群組中有 105 位病患未能延長生命。

在 5% 的顯著水準下，研究人員是否可以推論運動訓練能夠延長生命？寫下假設檢定的過程，包括虛無與對立假設、拒絕域、檢定統計量與檢定結果。（15 分）

五、有一位候選人在宣告參選之前，評估選民對他的初始支持率。不做任何事前公開活動之前提下，若選民支持他的比例數 p 大約 0.15，他將投入選戰。從隨機選取的 n 個選民的一項民調中，該候選人希望比例數 p 的估計值 y/n 距離 p 在 0.03 之內。也就是說，決策乃基於形如 $y/n \pm 0.03$ 的一個 95% 信賴區間， y 代表支持該候選人的選民人數：

(一)在候選人對於 p 的大小沒有任何概念下，如何決定所需樣本數大小，以便達到所求之可靠度及準確度？（5 分）

(二)假設由該選區隨機選取 1,068 個選民進行訪談，得到 $y=214$ 個選民的支持，求 p 的 95% 信賴區間。根據此樣本所提供的訊息，該候選人是否決定投入選戰？（5 分）

(三)比較(二)的最大誤差與 0.03，說明為何會有如此差別？（5 分）

六、統計課中一位成績接近底部的學生甲，決定投入一定的練習時數以改善期末的成績。但是甲並不想做過多的練習，因為甲企圖以最少的工作量達到最終畢業的目的。甲註冊一門統計課，離期末考僅有 3 個星期，並且最後學期總成績是以下列方式決定：

$$\text{學期總成績} = 20\% (\text{作業}) + 30\% (\text{期中考}) + 50\% (\text{期末考})$$

為了決定在剩餘的 3 星期內要付出多少努力，甲必須根據作業分數（有 20 分）與期中考分數（有 30 分）去預測期末考成績。甲的這些分數分別是 12/20 與 14/30。

甲蒐集去年選修這門統計課 30 位學生的期末考分數、作業分數 (assignment)，與期中考分數 (midterm)。

利用以下 30 位學生的資料所做的迴歸分析結果回答問題：

	A	B	C	D	E	F
1	SUMMARY OUTPUT					
2						
3	<i>Regression Statistics</i>					
4	Multiple R	0.8734				
5	R Square	0.7629				
6	Adjusted R Square	0.7453				
7	Standard Error	3.75				
8	Observations	30				
9						
10	ANOVA					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
12	Regression	2	1223.2	611.59	43.43	0.0000
13	Residual	27	380.2	14.08		
14	Total	29	1603.4			
15						
16		<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	
17	Intercept	13.01	3.53	3.69	0.0010	
18	Assignment	0.194	0.200	0.97	0.3417	
19	Midterm	1.11	0.122	9.12	0.0000	

- (一) 決定估計的迴歸方程式並檢定模型的有效性 (5% 的顯著水準)。(4 分)
- (二) 估計的標準誤為何？如何詮釋這個統計量？(4 分)
- (三) 判定係數為何？這個統計量提供什麼訊息？(4 分)
- (四) 詮釋估計的迴歸方程式中每一個係數。(4 分)
- (五) 在此模型中，檢定作業分數之係數是否為零 (5% 的顯著水準)？(4 分)