

類 科：天文
科 目：宇宙學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

- 一、我們對宇宙的認知在過去的百年來取得長足的進步，不過關於這個問題的探索在過去的幾百年來就一直吸引著天文學家們關注。
 - (一)從 William Herschel 到 Jacobus Kapteyn 基本上使用的都是類似的原理。請敘述他們所使用的方法為何？他們為什麼無法得到正確的結論？(5分)
 - (二)1920年的大辯論時，Harlow Shapley 雖然主張所謂的螺旋星雲位於銀河系內，但是他認知到太陽並不處於銀河系的中心。請問他是如何得知的？(5分)
 - (三)什麼是哈伯定律 (Hubble–Lemaître law)？(10分)
- 二、目前對宇宙的解釋以 Λ_{CDM} 為標準模型。請解釋此模型，並描述這些解釋目前觀測結果上各自的優點及缺點。(20分)
- 三、天文學家對暗物質提出了微中子、黑洞、大質量緻密暈天體 (massive compact halo object, MACHO) 及冷暗物質 (weakly interacting massive particle, WIMP) 等幾種可能性。試述這幾種理論的優缺點。(20分)
- 四、在宇宙最初的溫度滿足 $T \ll 100 \text{ MeV}/k$ 後，只有 γ 、 e^{\pm} 、 ν 、 $\bar{\nu}$ 維持熱平衡，但在 $T \ll 1 \text{ MeV}/k$ 後， e^+ 、 e^- 也都湮滅為光子。(每小題 10 分，共 20 分)
 - (一)請說明何以在 e^{\pm} 湮滅之前內部自由度 (internal degree of freedom) 的總和值 g_{total} 為 10.75？這個數值基於微中子只有 3 種 flavors；若微中子的 flavors 有 4 種，則數值應改為多少？
 - (二)承(一)題，請解釋為何在 $T \cong 0.1 \text{ MeV}/k$ 時， g 的值降為 3.36？

五、隨著溫度下降 $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$ 無法發生，此時中子的豐度 (mass fraction) 將“freeze-out”，並以 $X_{n,F}$ 表示。若由數值計算推估 $X_{n,F} = 0.1640$ ，且中子的豐度還會因為 β 衰變而減少，其半衰期 $t_{1/2}$ 約為 610.1s，亦即 $\tau_n \cong 879.6\text{s}$ 。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)若 $p + n \rightleftharpoons d + \gamma$ 反應的平衡隨著溫度降低而於宇宙年齡約 3 分鐘時不復存在；亦即此時中子與質子將迅速地結合為氘，並再進一步合成氦。請估計氦的豐度 X_α 約為多少？

(二)中子的半衰期及宇宙的重子平均豐度 η_B 勢必都會影響氦的豐度。請分別說明它們對氦豐度的影響。(例如：中子的半衰期如果比實際的數值長，氦的豐度會比我們所觀測的數量大小？為什麼？)