

等 別：三等考試
類 科：工業工程
科 目：作業研究
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、旅行推銷員問題 (travelling salesman problem) 可以用下列整數規劃模式表現之。其中符號定義如下：

x_{ij} 為雙元整數變數，若節線 (i, j) 有納入路線中，則 $x_{ij} = 1$ ，否則 $x_{ij} = 0$ 。

c_{ij} 為節線 (i, j) 之長度。

V 為所有節點所成的集合。

S 為 V 中之若干節點所成的集合， $|S|$ 為集合 S 之元素個數。

以下為一個表現旅行推銷員問題之整數規劃模式：

$$\text{Minimize } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \quad i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \quad j \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V, S \neq \phi, S \neq V \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V$$

(一)試分別說明式(1)、(2)、(3)、(4)之意義。(10分)

(二)若自模式中刪去式(4)而其餘不變，對求解難易程度有何影響？具體說明關鍵原因。(5分)

(三)有無自模式中刪去式(4)，對於求解得到之最佳解有何影響？具體說明其影響以及原因。(10分)

二、考慮下列線性規劃問題 (linear programming problem)：

Minimize x

Subject to

$$-x + 4y \leq 4$$

$$x + y \leq 6$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(一)試寫出此問題單形法 (simplex method) 的表格型式 (tableau form)。(5分)

(二)試以表格型式進行演算，使得 x 與 y 二個決策變數均成為基底變數 (basic variable)。請完整寫出以表格型式之演算過程，不必求解最佳解。(20分)

三、某工廠欲尋求建置管線以購買原料液的最低總成本方案。所需要之總量已知為 T 立方公尺。可能的原料來源有3處，編號1至3。與成本相關的因素如下（以下所有說明中， $i \in \{1,2,3\}$ ）：

1. 建置連接來源 i 之管線時，建置成本已知為 P_i 。
2. 每一原料來源均設定有一個已知的購買基本量 F_i 。實際購買量少於或等於基本量時，每立方公尺原料液之成本已知為 A_i ；實際購買量大於基本量時，超過的部分每立方公尺原料液之成本已知為 B_i 。
3. 若決定不向其中某些原料來源購買，則不必負擔相對應的管線建置成本。
4. 總成本為購買原料與建置管線之成本的總和。

試構建線性數學模式以描述上述問題。請注意：

1. 必須明確說明所有決策變數的定義。
2. 必須明確說明目標函數以及限制式之意義。
3. 模式可使用整數決策變數。
4. 模式必須為線性。
5. 以上 T 、 P_i 、 F_i 、 A_i 、 B_i 等均為已知值。這些值除了均為正值之外，構建模式時均不作其他假設。
6. 若認為題目條件不足，可自行作合理假設，但必須明確說明條件，並說明該條件之必要性。

(25分)

四、請回答下列有關最小擴充樹問題（minimum spanning tree problem）：

- (一)請說明最小擴充樹問題之定義。(5分)
- (二)試說明任一種最小擴充樹問題之求解演算法。請明確列出其步驟。(10分)
- (三)試求解下圖網路之最小擴充樹，請寫出完整的演算步驟。圖中共有5個節點（node），編號1至5。各節線（arc）一側之數字即為節線之長度，例如節線（1,2）之長度為3。(10分)

