

等 別：高考二級
類 科：經建行政（一般組）
科 目：數量方法（包括計量經濟學與数理統計）
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)請以黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

(四)本科目除專門名詞或数理公式外，應使用本國文字作答。

一、假設 S 為一隨機實驗對應的樣本空間 (sample space)， A 與 B 為相對應的事件 (events)，且發生的機率皆不為零。

(一)若 A 與 B 為互斥 (mutually exclusive) 事件，則兩者是否為獨立 (independent)？(10 分)

(二)若 A 與 B 為獨立事件，則 A 的補集合 (complement) 與 B 的補集合是否為獨立？(15 分)

二、假設 Y 為一連續型隨機變數 (continuous random variable)，其機率密度函數 (probability density function, pdf) 與累積分配函數 (cumulative distribution function, cdf) 分別為 $f_Y(y)$ 與 $F_Y(y)$ 。令 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 為對應於隨機變數 Y 的一隨機樣本 (random sample)，則：

(一)若另一連續型隨機變數 $Z = aY + b$ ，其中 a 和 b 為常數，且 $a \neq 0$ 。試求隨機變數 Z 的機率密度函數 $f_Z(z) = ?$ (10 分)

(二)何謂此隨機樣本 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 對應的最大次序統計量 (largest order statistic)？(5 分)

(三)承上，求此最大次序統計量對應的機率密度函數與累積分配函數。(10 分)

三、令 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 為相互獨立的反應變數 (response variables)，其對應的資料觀察值為 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 。假設每一 Y_i 皆服從參數為 π_i 的伯努利 (Bernoulli) 分配，即 $Y_i \sim \text{Bernoulli}(\pi_i)$ ，且 π_i 的值與 x_i 變數間滿足以下關係：

$$\log\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = \alpha + \beta x_i$$

式中的 α 與 β 為兩待估計的模型參數。

(一)請問 α 與 β 的意涵為何？(8 分)

(二)此模型對應的概似函數 (likelihood function) 為何？(7 分)

(三)請詳細推導如何求得 α 與 β 的最大概似估計值 (maximum likelihood estimates)。(10 分)

四、假設一實證研究轉職（或跳槽）有關的線性模型：

$$y = \alpha + \beta_1 exper + \beta_2 wage + \beta_3 wage^2 + \beta_4 age + \beta_5 D_f + \beta_6 (D_f \times age) + \dots + \beta_k x_k + e$$

式中， y 為是否轉職的二元（binary）變數，若轉職或跳槽，則其值為 1，反之則為 0。解釋變數 $exper$ 為工作經驗， age 為年紀， $wage$ 為現職的薪水， D_f 為虛擬變數（若女性則其值為 1，男性則為 0）， $x_6 \dots x_k$ 為其餘解釋變數， e 則為模型所無法捕捉的外生干擾隨機變數。

(一)為何一般稱此模型為線性機率模型（linear probability model, LPM）？

若直接以最小平方方法估計此模型，會遇到什麼樣的缺點？（10 分）

(二)請問迴歸係數 β_1 所代表的意思為何？ $wage$ 或 age 怎麼影響轉職或跳槽的結果 y ？（9 分）

(三)我們可以如何修正模型設定，以避免 LPM 模型的缺點？新的模型設定該如何估計？（6 分）