

111年專門職業及技術人員高等考試大地工程技師考試
分階段考試（第一階段考試）、驗船師、第一次食品技師考試、
高等暨普通考試消防設備人員考試、普通考試地政士、
專責報關人員、保險代理人保險經紀人及保險公證人考試試題

等 別：高等考試
類 科：大地工程技師（一）
科 目：材料力學
考試時間：2 小時

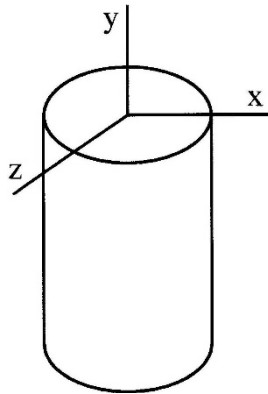
座號：_____

※注意：可以使用電子計算器。

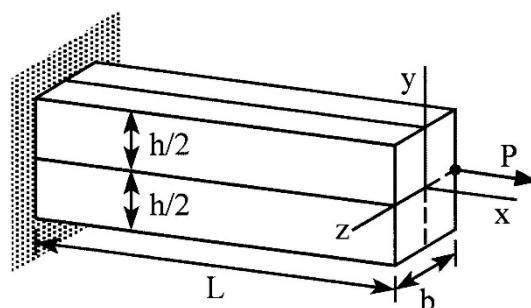
甲、申論題部分：（50 分）

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
- (二)請以黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
- (三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、有一圓柱形土壤元素置於三軸試驗之儀器上如下圖所示，土壤之楊氏係數 $E=50 \text{ MPa}$ ，柏松比 $\nu=0.4$ 。此元素於 xz 面受到 -50 kPa 之圍壓，如土壤之絕對最大剪應力 τ_{\max} 不能超過 80 kPa ，則可施加於 y 方向之最大軸壓應力 σ_y 為何？其對應之最大剪應變 γ_{\max} 為何？其對應之 y 方向應變 ε_y 為何？（15 分）

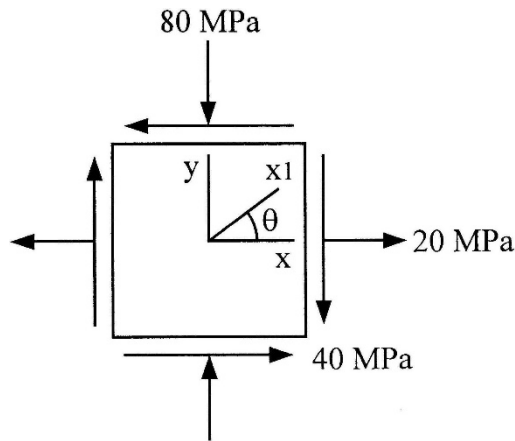


二、有一矩形斷面懸臂梁，梁長度 $L=4 \text{ m}$ ，寬度 $b=40 \text{ cm}$ ，高度 $h=60 \text{ cm}$ 。此梁於自由端受一集中載重 $P=2 \text{ MN}$ 如圖所示。請計算出此梁 σ_x 之最大張應力值及最大壓應力值。（20 分）



三、有一土壤元素處於平面應變之狀況，此元素於 xy 平面所受之應力如下圖所示，試求此土壤元素於 xy 平面之最大主軸應力 σ_1 、最小主軸應力 σ_2 及此二主軸應力對應之角度 θ_{p1} 、 θ_{p2} ，並將此二主軸應力繪製於旋轉至主軸方向之應力元素上。(15 分)

提示：
$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

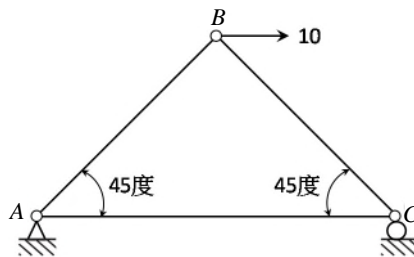


乙、測驗題部分：(50 分)

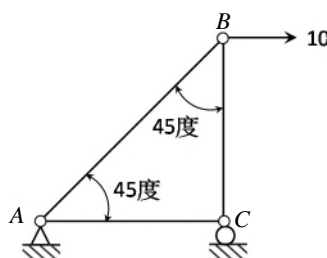
代號：1103

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
(二)共 40 題，每題 1.25 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

- 以靜不定軸力桿件為例，如欲進行變位與內力求解時，未使用到那一種力學原則？
(A)變形諧和 (B)力平衡 (C)牛頓第二運動定律 (D)力與變形關係
- 圖示之平面三角形桁架， BC 桿長度為 L ， B 點承受一水平外力 $P=10\text{ N}$ 。桿件之軸向柔度 $f = \frac{L}{AE}$ (單位為 m/N)，請計算 C 點之水平位移量 (單位為 m)。

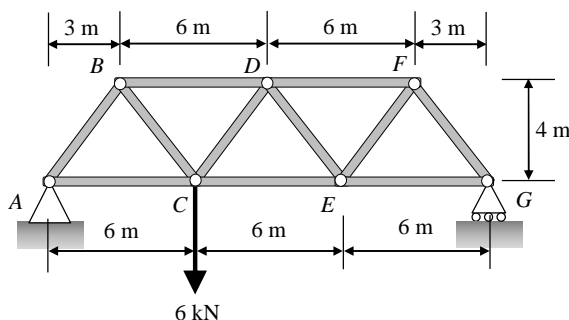


- (A) $5f$ (向左移動) (B) $5f$ (向右移動) (C) $5\sqrt{2}f$ (向左移動) (D) $5\sqrt{2}f$ (向右移動)
- 承上題，若 BC 桿由斜桿改為垂直桿，則本題桁架 C 點之水平位移量，為前題桁架 C 點水平位移量之幾倍？

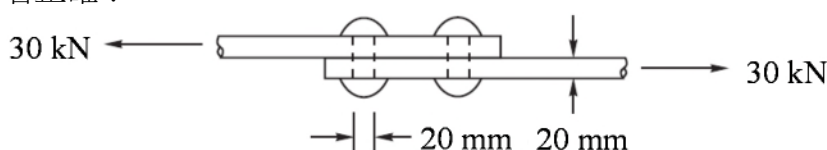


- (A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

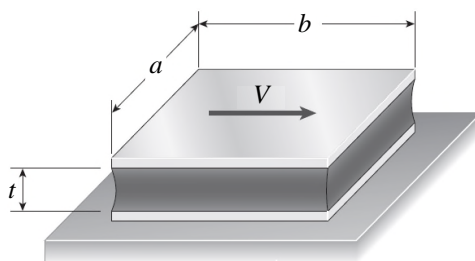
- 4 一桁架系統如圖所示，於 C 點施加一力 6 kN ，下列敘述何者正確？



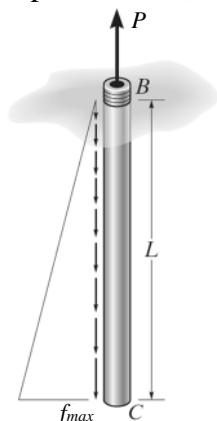
- (A) BD 桿受壓 3.5 kN (B) DF 桿受壓 4.5 kN (C) CE 桿受拉 4.0 kN (D) DE 桿受壓 2.5 kN
- 5 如圖所示，兩鋼板以兩根鉚釘連接，鋼板厚度與鉚釘直徑皆為 20 mm ，在拉力 30 kN 的作用下，下列敘述何者正確？



- (A) 對鉚釘造成的剪應力為 47.5 MPa
 (B) 對鉚釘造成的剪應力為 95 MPa
 (C) 對鋼板造成的承壓應力 (bearing stress) 為 32.5 MPa
 (D) 對鋼板造成的承壓應力為 65 MPa
- 6 一彈性支承墊如圖所示，支承墊尺寸 $a=300\text{ mm}$ ， $b=400\text{ mm}$ ， $t=50\text{ mm}$ 。若此支承墊承受剪力 $V=50\text{ kN}$ 時，支承墊上下會產生 10 mm 的相對水平位移，則此支承墊材料的剪力模數 G 最接近下列何者？

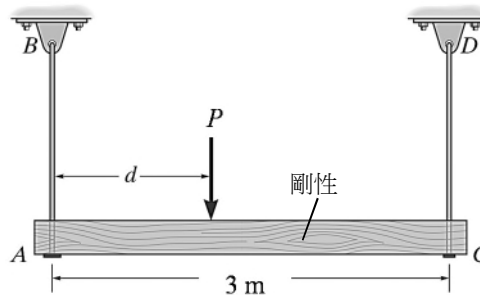


- (A) 1.5 MPa (B) 2.0 MPa (C) 2.5 MPa (D) 3.0 MPa
- 7 一埋置於土壤內的金屬管，其材料的彈性模數為 E ，管的長度為 L ，斷面積為 A 。欲將此管拉拔出土壤，需要於管頂施加拉力 P 。假設土壤與管的摩擦力由 B 點的 0 ，線性遞增至 C 點的 f_{\max} ，則在金屬管與土壤不發生滑動 (slip) 的前提下，金屬管最大的變形量為何？



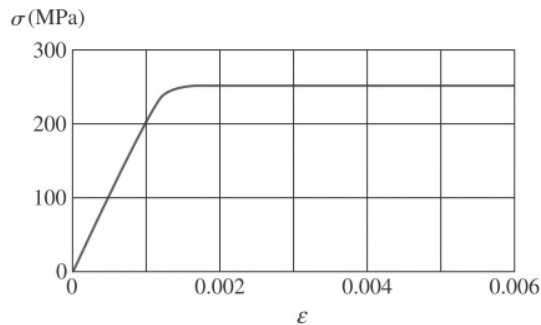
- (A) $\frac{f_{\max} L^2}{3AE}$ (B) $\frac{f_{\max} L^2}{2AE}$ (C) $\frac{f_{\max} L^2}{6AE}$ (D) $\frac{f_{\max} L^2}{4AE}$

- 8 有一剛性桿件 AC ，兩端分別被 AB 桿件與 CD 桿件所支撐， AB 桿件與 CD 桿件的斷面積分別為 10 mm^2 與 15 mm^2 ，一力 P 施加於距 A 點 d 處。為使 AB 桿件與 CD 桿件的平均應力相同，則 d 的值為何？



- (A) 1.2 m (B) 1.5 m (C) 1.8 m (D) 2.1 m

- 9 有一均質等斷面之鋼棒，長度為 1 m ，其鋼材的單軸拉伸應力-應變曲線如圖所示，若此鋼棒受拉力伸長 3 mm 後將力量釋放，鋼棒的永久變形量為何？

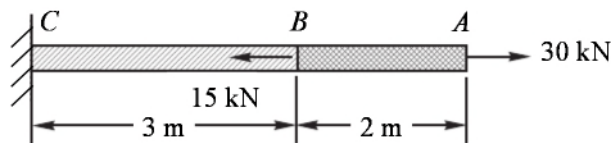


- (A) 1.5 mm (B) 1.75 mm (C) 2.0 mm (D) 2.25 mm

- 10 有一實心圓桿直徑為 20 mm ，其材料的降伏強度 $\sigma_y = 200 \text{ MPa}$ ，彈性模數 $E = 70 \text{ GPa}$ ，剪力模數 $G = 26 \text{ GPa}$ 。若此圓桿受拉力 60 kN ，則其直徑變為：

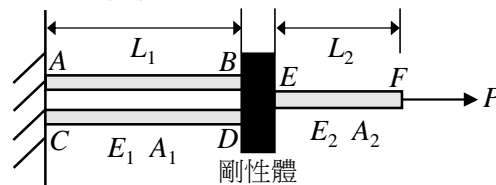
- (A) 19.981 mm (B) 19.992 mm (C) 19.971 mm (D) 19.962 mm

- 11 如圖所示，有一由 AB 鋁桿件與 BC 鋼桿件所構成的組合桿件，在 A 與 B 兩點分別施加軸向力。鋼與鋁的彈性模數分別為 200 GPa 與 70 GPa ，兩段桿件之直徑皆為 20 mm ，則 A 點的位移量為何？



- (A) 2.55 mm (\rightarrow) (B) 2.88 mm (\rightarrow) (C) 3.22 mm (\rightarrow) (D) 3.44 mm (\rightarrow)

- 12 有一組合桿件如圖所示，其中 AB 桿件與 CD 桿件之彈性模數為 E_1 ，斷面積為 A_1 ，長度為 L_1 ； EF 桿件之彈性模數為 E_2 ，斷面積為 A_2 ，長度為 L_2 ；三支桿件以一剛性體連接且無偏心。若在 F 點施加一軸拉力 P ，則此組合桿件 F 點相對於固定端向右變形多少？



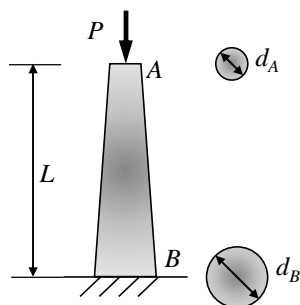
(A) $\frac{P(E_2 A_2 L_1 + E_1 A_1 L_2)}{E_1 A_1 E_2 A_2}$

(B) $\frac{P(E_2 A_2 L_2 + E_1 A_1 L_1)}{E_1 A_1 E_2 A_2}$

(C) $\frac{P(E_2 A_2 L_2 + 2E_1 A_1 L_1)}{2E_1 A_1 E_2 A_2}$

(D) $\frac{P(E_2 A_2 L_1 + 2E_1 A_1 L_2)}{2E_1 A_1 E_2 A_2}$

- 13 一圓形變斷面桿件如圖所示， A 點斷面直徑為 d_A ， B 點斷面直徑為 d_B ，桿件長度為 L ，在 A 點施加一軸壓力 P ，桿件材料的彈性模數為 E ，則此桿件縮短量為何？

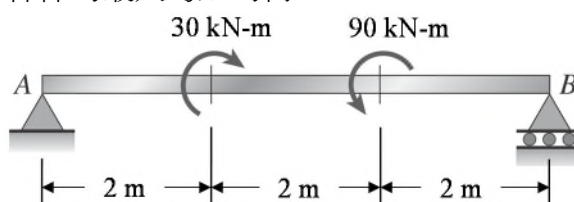


- (A) $\frac{4PL}{\pi E d_A d_B}$ (B) $\frac{4PL}{\pi E (2d_B - d_A) d_A}$ (C) $\frac{4PL}{\pi E (2d_B - d_A) d_B}$ (D) $\frac{8PL}{\pi E (d_B + d_A)^2}$

- 14 一根鋼索長度為 L ，斷面積為 A ，單位重為 γ 。其上端固定於牆面，下端懸掛一物體重量為 P 。若考慮鋼索自重及懸掛物重量，且軸向應力之安全因數為 FS ，請問鋼索之最大容許軸向應力 σ_a ？

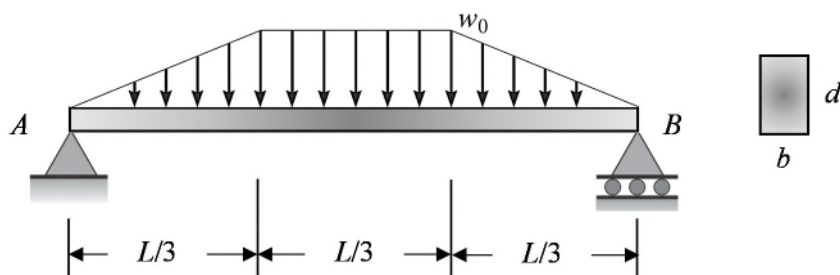
- (A) $P + \gamma AL$ (B) $\frac{1}{FS} \left(\frac{P}{A} \right) + \gamma L$ (C) $\frac{P}{A} + \frac{1}{FS} (\gamma L)$ (D) $\frac{1}{FS} \left(\frac{P}{A} + \gamma L \right)$

- 15 一簡支梁如圖所示，此梁桿件的最大彎矩為何？



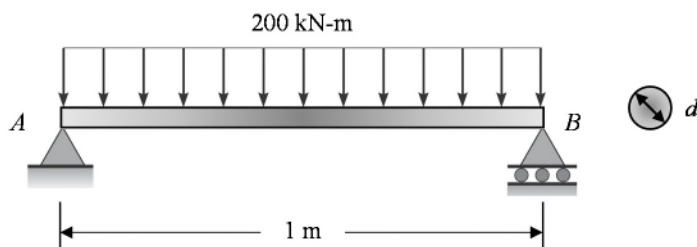
- (A) 50 kN-m (B) 60 kN-m (C) 70 kN-m (D) 80 kN-m

- 16 一簡支梁承受外力如圖所示，其斷面寬為 b ，深為 d ，跨度為 L ，此梁最大的斷面正向應力 (normal stress) 為何？



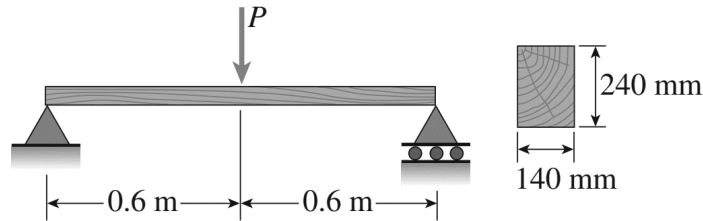
- (A) $\frac{23w_0L^2}{18bd^2}$ (B) $\frac{23w_0L^2}{24bd^2}$ (C) $\frac{23w_0L^2}{30bd^2}$ (D) $\frac{23w_0L^2}{36bd^2}$

- 17 一簡支短梁受力如圖所示，若梁的容許正向應力為 250 MPa，容許剪應力為 50 MPa，則此梁斷面最小直徑為多少？

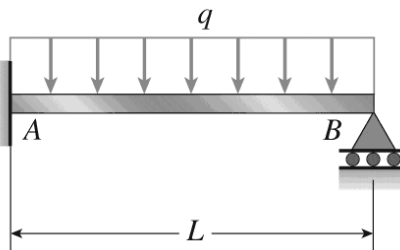


- (A) 50 mm (B) 100 mm (C) 150 mm (D) 200 mm

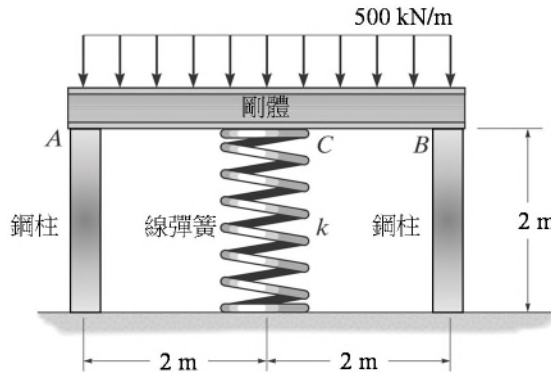
- 18 一單跨簡支木梁，單位重 $\gamma=5\text{ kN/m}^3$ ，斷面寬度 140 mm、深度 240 mm、跨距 1.2 m。梁中央跨徑處施加一集中力 P ，若容許撓曲應力 $\sigma_{all}=10\text{ MPa}$ ，則最大集中力 P_{max} 為多少？



- (A) 22.2 kN (B) 35.6 kN (C) 38.0 kN (D) 44.7 kN
- 19 承上題，若容許剪應力 $\tau_{all}=0.5\text{ MPa}$ ，當同時考慮 σ_{all} 及 τ_{all} ，請問最大集中力 P_{max} 為多少？
- (A) 22.2 kN (B) 35.6 kN (C) 38.0 kN (D) 44.7 kN
- 20 圖示之彈性均質梁桿件，長度為 L ，斷面撓曲剛度為 EI 。梁左端 A 端為固定端且為座標原點 ($x=0$)，右端 B 端為滾支承 ($x=L$)。若梁全長承受均佈載重 q ，除右端滾支承處外，梁跨度內出現反曲點之位置，相距左側固定端之長度為多少 L ？



- (A) 0.25 L (B) 0.52 L (C) 0.586 L (D) 0.865 L
- 21 一剛體由兩支鋼柱以及一組線彈簧支撐，如圖所示。兩支鋼柱斷面積均為 100 mm^2 。線彈簧之彈力常數 $k=50\text{ MN/m}$ ，未壓縮之原長為 2.02 m 。在剛體上施加均佈載重 500 kN/m 後，則此鋼柱的軸向變形量為何？

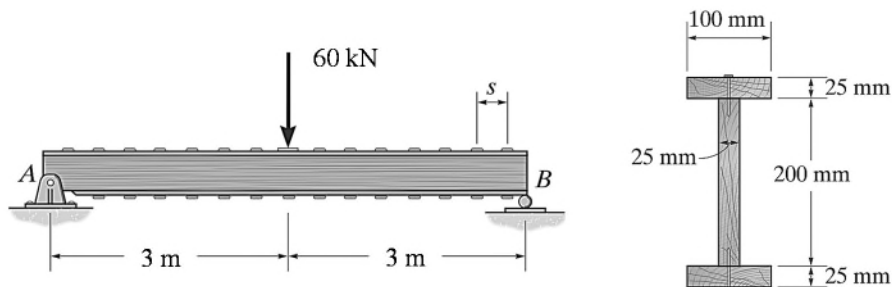


- (A) 12.489 mm (B) 16.246 mm (C) 14.286 mm (D) 10.942 mm
- 22 一桿件兩端固定於剛性牆上，材料彈性模數為 E ，熱膨脹係數為 α ，桿件斷面積為 A ，長度為 L 。若此桿件的初始溫度為 T_A 時，桿件不受到任何力量。當桿件溫度由 A 點的 T_A 呈線性變化至 B 點的 T_B 時，此桿件受到的軸壓力為何？

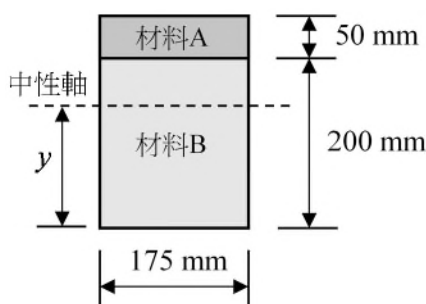


- (A) $\frac{\alpha EA(T_B - T_A)}{2}$ (B) $\alpha EA(T_B - T_A)$ (C) $\frac{3\alpha EA(T_B - T_A)}{2}$ (D) $2\alpha EA(T_B - T_A)$

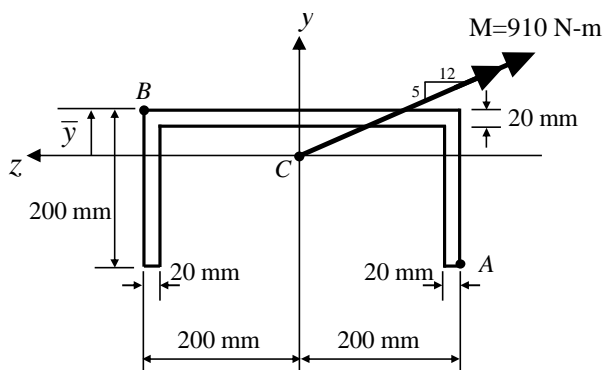
- 23 一簡支梁由三片木材板以釘子接合所組成，釘子的間距為 s ，在梁跨度中央施加一外力 60 kN，若每支釘子可承受的剪力為 5 kN，請問釘子最大的間距 s 為何？



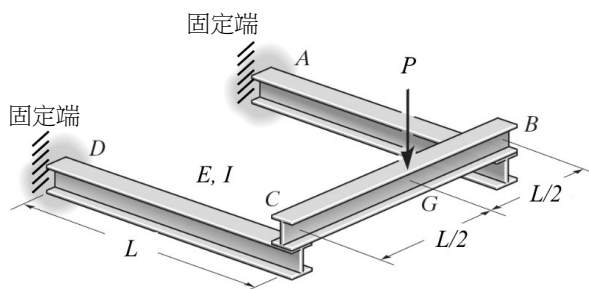
- (A) 57.5 mm (B) 52.5 mm (C) 47.5 mm (D) 42.5 mm
- 24 一複合梁斷面如圖所示，材料 A 與材料 B 的彈性模數分別為 210 GPa 與 70 GPa。若中性軸位置距梁底部為 y ，則 y 最接近下列何者？



- (A) 165 mm (B) 160 mm (C) 155 mm (D) 150 mm
- 25 有一槽型斷面之梁桿件如圖所示，其中 C 點為此斷面的形心位置。有一彎矩作用於 C 點，則下列敘述何者錯誤？

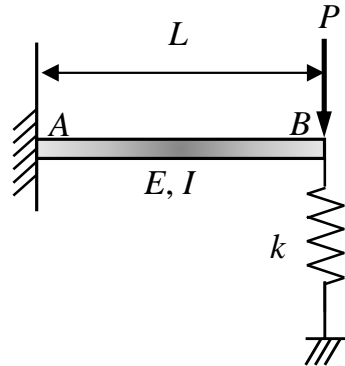


- (A) $\bar{y} = 57.37$ mm (B) 中性軸為 z 軸以 C 點逆時針旋轉 3.74°
- (C) $\sigma_A = -2.27$ MPa (D) $\sigma_B = 0.88$ MPa
- 26 一構架系統具有兩支懸臂梁 DC 和 AB ，另一梁 CB 放置於兩懸臂梁端，如圖所示。若所有梁桿件的慣性矩均為 I ，材料彈性模數均為 E ，在 CB 梁中點 G 施加一力量 P ，則 G 點的垂直撓度為何？



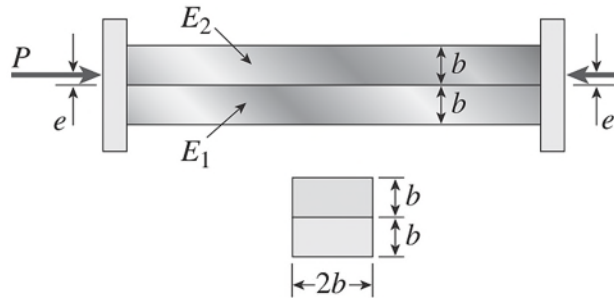
- (A) $\frac{PL^3}{16EI}$ (B) $\frac{PL^3}{8EI}$ (C) $\frac{3PL^3}{16EI}$ (D) $\frac{PL^3}{4EI}$

- 27 有一懸臂梁如圖所示，其長度為 L ，慣性矩為 I ，材料彈性模數為 E ，於末端 B 點連接一彈簧常數為 k 的彈簧。若在 B 點施加一力量 P ，求 B 點的垂直撓度 δ_B 為多少？



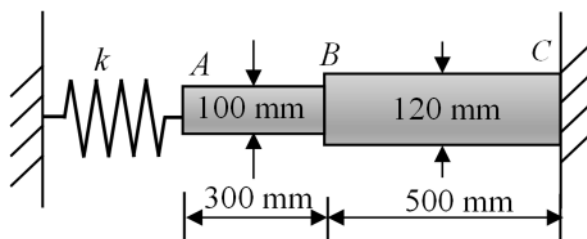
- (A) $\frac{PL^3}{3EI + kL^3}$ (B) $\frac{2PL^3}{6EI + kL^3}$ (C) $\frac{PL^3}{3EI + 2kL^3}$ (D) $\frac{3PL^3}{EI + kL^3}$

- 28 如圖所示，有一複合桿件 (composite member) 由兩個具有相同斷面的桿件組成，其彈性模數分別為 E_1 與 E_2 ，複合桿件斷面積為 $2b \times 2b$ ，其兩端板假設為剛性。若於兩端板處施加軸壓力 P ，且與複合桿件中線具一偏心距 e 。若兩桿件僅承受軸壓力，則此偏心距 e 值為多少？



- (A) $\frac{b(E_2 - E_1)}{2(E_2 + E_1)}$ (B) $\frac{b(E_2 + E_1)}{(E_2 - E_1)}$ (C) $\frac{b(E_2 - E_1)}{(E_2 + E_1)}$ (D) $\frac{b(E_2 + E_1)}{2(E_2 - E_1)}$

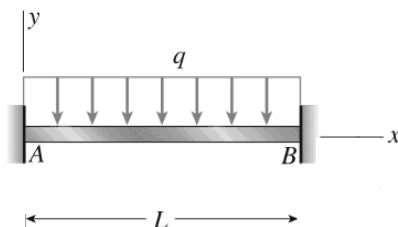
- 29 如下圖所示，具有兩個不同實心斷面的鋼棒 ABC ，其 C 端固接而 A 端連接於一彈簧，彈簧常數 50 MN/m 。鋼棒直徑分別為 100 mm 以及 120 mm ，長度分別為 300 mm 以及 500 mm 。鋼的彈性模數與熱膨脹係數分別為 200 GPa 以及 $12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。若鋼棒 ABC 的溫度均勻增加了 30°C ，則 B 點的位移為何？



- (A) 右移 0.122 mm (B) 左移 0.177 mm (C) 右移 0.155 mm (D) 左移 0.133 mm

第 30 題至第 34 題為題組，請依序回答：

30 圖示之均質矩形梁長度為 L ，兩端皆為固定端。若梁斷面寬度為 b 、深度 h ，斷面撓曲剛度為 EI 。材料為完全彈性材料，降伏應力為 σ_y 。試求梁產生彎矩降伏時之均佈載重 q_y 為多少倍的 $\frac{\sigma_y b h^2}{L^2}$ ？



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

31 試求梁產生彎矩降伏時，跨徑中央處之垂直撓度 δ_y 為多少倍的 $\frac{\sigma_y L^2}{Eh^2}$ ？

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{1}{24}$

32 當產生破壞機構、結構崩潰失穩時，定義 q_{ult} 為均佈載重之極限值，則 q_{ult}/q_y 之比值？

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

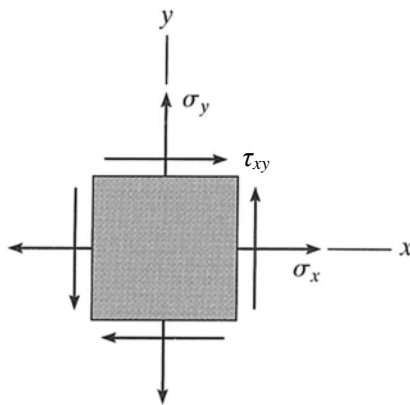
33 若載重恰達極限載重 q_{ult} 時之垂直撓度定義為極限變形 δ_{ult} ，則 δ_{ult}/δ_y 之比值？

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

34 當載重 q 恰達 q_{ult} 後即完全卸載，並定義殘餘垂直撓度為 δ_{res} ，則 δ_{res}/δ_y 之比值？

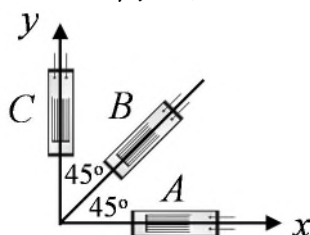
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

35 平面應力元素其正值方向定義如下圖。一平面應力元素之 $\sigma_x=125$ MPa， $\sigma_y=-75$ MPa， $\tau_{xy}=-50$ MPa，下列何者為錯誤的選項？



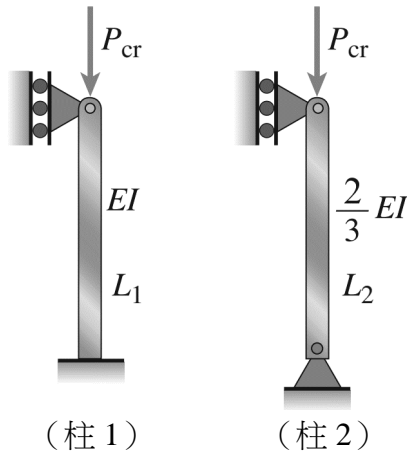
- (A) 主軸為順時針旋轉 13.28° (B) 最小主應力為 -86.8 MPa
(C) 最大主應力為 136.8 MPa (D) 最大剪應力為 99.8 MPa

36 利用三個電阻式應變規黏貼在物體的自由表面上，分布如圖所示。若應變規 A, B, C 量測到的應變分別為 ε_A 、 ε_B 以及 ε_C ，則平面剪應變 γ_{xy} 為何？

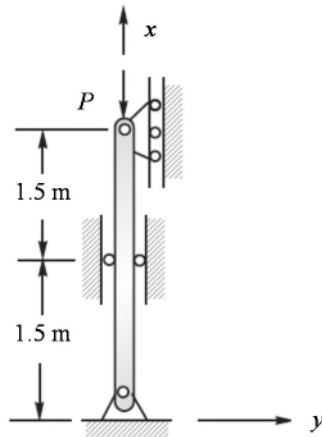


- (A) $\frac{\varepsilon_A + \varepsilon_C}{2} + \varepsilon_B$ (B) $2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C$ (C) $\frac{\varepsilon_A - \varepsilon_C}{2} + \varepsilon_B$ (D) $2\varepsilon_B + \varepsilon_A + \varepsilon_C$

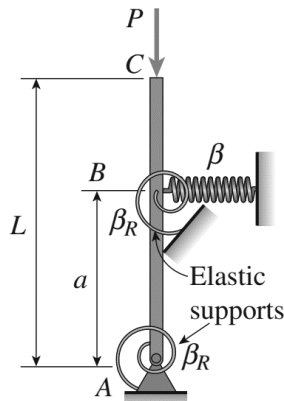
- 37 假設材料之應力應變關係為完全彈塑性，則圓形斷面之形狀因子 f_c ，與相同高度之正方形斷面之形狀因子 f_s 之比值 f_c/f_s 為多少？
 (A) 1.7 (B) 1.5 (C) 1.25 (D) 1.13
- 38 圖示兩根柱，柱 1 之撓曲剛度為 EI 、長度為 L_1 ；柱 2 之撓曲剛度為 $\frac{2}{3}EI$ 、長度為 L_2 。請計算 L_2/L_1 比值，使柱 1 和柱 2 具有極為相近的臨界挫屈載重 P_{cr} 。



- (A) 0.571 (B) 0.699 (C) 0.807 (D) 1
- 39 一圓柱如圖所示，其直徑 $d=80$ mm，材料彈性模數 $E=70$ GPa。柱頂施加一軸壓力 P ，則 x - y 平面上產生之臨界挫屈載重 P_{cr} 最接近下列何者？



- (A) 310 kN (B) 620 kN (C) 440 kN (D) 105 kN
- 40 圖示為剛性桿 ABC ，此剛性桿於 B 點連接線彈簧，其勁度為 β ；又分別於 B 點及 A 點連接旋轉彈簧，旋轉彈簧之勁度為 $\beta_R = \beta L^2$ ，求剛性桿 ABC 之臨界挫屈載重 P_{cr} 。



- (A) $\frac{\beta a^2 + \beta L^2}{L}$ (B) $\frac{\beta a^2 + 2\beta L^2}{L}$ (C) $\frac{\beta a^2 + \beta L^2}{2L}$ (D) $\frac{\beta a^2 + 2\beta L^2}{2L}$