

107年專門職業及技術人員高等考試
建築師、技師、第二次食品技師考試暨
普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試
類 科：資訊技師
科 目：計算機數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請以數學歸納法證明 $2n^2+6n$ 是 4 的倍數，此性質對全部自然數均成立。
(10分)

二、假設 $B(x,y)$ 代表敘述「 y 是 x 的最好朋友」，變數 x,y,z 代表居住在 T 城市的居民。請寫出下列邏輯敘述的意思：(10分)
 $\forall x \exists y \forall z (B(x,y) \wedge (B(x,z) \rightarrow (y=z)))$

三、若 $G=(V,E)$ 為有權重圖形 (Weighted Graph)，且每個邊上的權重值均不相等，則 G 的最小擴張樹狀圖 (Minimum Spanning Tree) 是否為唯一？若為真，請敘述理由；若不為真，請舉例說明之。(10分)

四、 M 足球隊共有 11 人，若一個球季比賽下來，該足球隊共射入 40 球，請證明 M 足球隊中至少有兩人射入球數相等。(10分)

五、若參加一個考試，試題共有 n 個選擇題，每個選擇題答案正好有 5 個選項。請寫出下列兩題答案的各自遞迴關係式 (Recurrence Relation) 及初始值，不需計算結果：

(一) 考生甲答題的策略是任何連續兩題的答案不得相同，則考生甲可有多少種不同的答案。(5分)

(二) 考生乙答題的策略是任何連續三題的答案不得相同，則考生乙可有多少種不同的答案。(5分)

六、 X 和 Y 為離散隨機變數 (Discrete Random Variable)， X 和 Y 的聯合機率質量函數 (Joint Probability Mass Function) $f(x,y), x,y \in \{1,2,3\}$ 定義如下：

$f(x,y)$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
$y=1$	0	1/8	0
$y=2$	1/8	1/2	1/8
$y=3$	0	1/8	0

(一) X 和 Y 是否為獨立隨機變數？(5分)

(二) $P(X \leq 2 \mid Y=2)$ 值為多少？(5分)

七、 X 為一連續隨機變數 (Continuous Random Variable)，其分布密度函數定義如下：

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2/5 & 0 \leq x \leq k \\ 4/5 & k < x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

請回答下列問題：

(一) k 的值為多少？(5 分)

(二) 隨機變數 X 的平均值 (Mean) 為多少？(5 分)

八、若一布袋內有三枚硬幣，其中僅有一枚為公平的硬幣 (Fair Coin)，各枚硬幣出現正面的機率分別為 0.5、0.6、0.1，若從布袋中任意選一硬幣連擲 3 次。

(一) 其依序出現正面、反面、反面之機率為何？(5 分)

(二) 若其依序出現為正面、反面、反面，而此硬幣為公平的硬幣之機率為何？(5 分)

九、某位老師在班上舉行小考，班上共有 81 位同學全部參加此次小考，小考最高分為 10 分，考試結果平均成績為 5 分，變異數為 4 分，若考試成績為常態分布，利用中央極限定理 (Central Limit Theorem) 推估全班總分之和大於 369 分之機率為何？(答案僅需列出最後計算公式，不需得出計算結果。)(10 分)

十、若某一手機製造公司欲評估未來兩年 C 城市更換手機的市場趨勢，請民意調查公司進行市場調查，其調查結果如下：「未來兩年 C 城市居民更換手機的需求為 5 成 6，此次調查是以 C 城市手機號碼為清冊，進行電話訪問，共成功訪問 500 位居民，在 95% 的信心水準，抽樣誤差為正負 3 個百分點。」請問「95% 的信心水準」和「抽樣誤差正負 3 個百分點」代表的意義為何？(10 分)